

SIMULASI ALIRAN FLUIDA DUA DIMENSI TANPA MEMBUTUHKAN KISI-KISI DENGAN MENGGUNAKAN METODE VORTEKS. STUDI KASUS ALIRAN DI SEKITAR SILINDER DAN PELAT DATAR YANG BERGERAK TRANSLASI (MESHLESS SIMULATION AROUND TWO DIMENSIONAL FLOW USING VORTEX METHOD. CASES STUDY: FLOW AROUND CYLINDER AND MOVING FLAT PLATE WITH TRANSLATIONAL MOTION)

Akhmad Farid Widodo^{*,}, Lavi Rizki Zuhail^{**}, Hari Muhammad^{**})**

^{*)} Laboratorium Aerogas dan Getaran-Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi

^{**)} Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, ITB

e-mail: akhmad.farid@bppt.go.id

ABSTRACT

This paper present algorithm of vortex method which is meshless computational fluid dynamic method. Vortex method treats fluid flow in Lagrangian manner by discretizing fluid flow into moveable particles blobs. To exercise this method, two simulations were conducted: impulsively started flow around cylinder and flow around translating flat plate. The result gives good agreement with experimental measurement demonstrated by comparison of vorticity pattern.

Keyword: *Vortex method, Meshless simulation, Flow around flat plate, Flow around cylinder*

ABSTRAK

Makalah ini membahas algoritma metode vorteks yang merupakan metode numerik simulasi dinamika fluida tanpa membutuhkan kisi-kisi. Metode vorteks memodelkan aliran fluida dengan pendekatan Lagrangian dimana elemen fluida didiskritisasi menjadi bola-bola partikel yang bergerak mengikuti aliran fluida. Untuk menguji hasil simulasi metode vorteks, dilakukan simulasi aliran yang bergerak secara tiba-tiba disekitar silinder dan aliran disekitar pelat datar yang bergerak secara translasi. Hasil simulasi memberikan hasil yang cukup baik dibandingkan dengan pengukuran eksperimental yang ditunjukkan dengan perbandingan pola distribusi vortisitas.

Kata Kunci: *Metode vorteks, Simulasi tanpa kisi-kisi, Aliran di sekitar pelat datar, Aliran di sekitar silinder*

1 PENDAHULUAN

Untuk melakukan simulasi numerik aliran fluida yang umum digunakan membutuhkan pembentukan kisi-kisi yang beradaptasi dengan geometri benda dalam medan aliran. Pembentukan kisi-kisi tersebut diperlukan karena metode simulasi numerik dinamika

fluida yang biasa dipakai menggunakan pendekatan Eulerian dalam memodelkan aliran fluida. Pendekatan Eulerian memandang medan fluida sebagai elemen diam dimana aliran mengalir melewati elemen tersebut dan sifat-sifat aliran fluida dievaluasi dalam elemen yang diam tersebut. Secara numerik,

elemen-elemen tersebut dibangun menjadi kisi-kisi dimana dalam kisi-kisi tersebut persamaan aliran diberlakukan.

Untuk kasus-kasus tertentu, seperti aliran yang didalamnya terdapat benda yang bergerak dengan modus gerakan yang kompleks, pembentukan kisi-kisi tidak mudah dilakukan dan kadangkala menghambat untuk memodelkan fenomena aliran fluida sesuai dengan kondisi fisiknya. Adanya masalah dalam pembentukan kisi-kisi tersebut mendorong penelitian-penelitian untuk mengembangkan metode simulasi numerik aliran fluida tanpa membutuhkan kisi-kisi dan salah satunya yang disajikan dalam makalah ini adalah metode vorteks.

Metode vorteks adalah metode simulasi numerik dinamika fluida yang menggunakan pendekatan Lagrangian sehingga tanpa membutuhkan kisi-kisi. Pendekatan Lagrangian memandang aliran fluida sebagai elemen fluida yang bergerak mengikuti aliran dimana pergerakan fluida tersebut diatur oleh persamaan atur fluida. Metode vorteks sekarang masih relatif asing dalam dunia simulasi numerik dinamika fluida karena metode tersebut masih belum mapan sebagaimana metode numerik dinamika fluida yang menggunakan pendekatan Eulerian. Dengan keistimewaan metode vorteks yang tanpa membutuhkan kisi-kisi, diharapkan metode vorteks dapat digunakan untuk mensimulasikan kasus-kasus yang sulit dilakukan dengan menggunakan pendekatan Eulerian seperti mensimulasikan fenomena interaksi fluida-struktur.

Pengembangan metode vorteks dipelopori oleh Chorin (1973) yang memperkenalkan penyelesaian persamaan Navier-Stokes yang dituliskan dalam besaran vortisitas (hal tersebut yang menyebabkan metode ini disebut metode vorteks) dengan cara memisahkan suku konveksi dan suku difusi. Suku konveksi menghitung pergerakan elemen fluida yang dimodelkan dengan partikel-

partikel yang dapat bergerak mengikuti persamaan aturnya, sedangkan suku difusi menghitung evolusi vortisitas partikel-partikel tersebut. Dalam metode vorteks ini, suku difusi dapat dimodelkan dengan beberapa alternatif pemodelan diantaranya adalah model gerakan random yang diperkenalkan oleh Chorin sendiri, model pembesaran partikel yang diperkenalkan oleh Leonard (1980) dan model pertukaran kekuatan antar partikel yang diperkenalkan oleh Degond dan Mas-Gallic (1989).

Makalah ini menyajikan penerapan metode vorteks menggunakan model difusi pertukaran kekuatan antar partikel untuk masalah dua dimensi. Metode vorteks yang digunakan mengikuti algoritma yang diberikan oleh Koumoutsakos (1993), Ploumhans dan Winckelmans (2000), serta Sepnov (2009). Algoritma tersebut mengelaborasi kontribusi-kontribusi pengembangan metode vorteks sebelumnya diantaranya diberikan oleh Degond and Mas-Gallic (1989), Koumoutsakos (1993), Lighthill (1963), dan Carrier et al. (1988). Kasus yang disimulasikan adalah aliran yang bergerak secara tiba-tiba disekitar silinder dan aliran disekitar pelat datar yang bergerak secara translasi. Tujuan dari simulasi ini adalah membandingkan hasil simulasi metode vorteks dengan hasil eksperimen dan kasus-kasus yang disimulasikan tersebut memiliki data eksperimen yang dapat dibandingkan.

2 METODE VORTEKS

2.1 Persamaan Atur

Persamaan atur yang diselesaikan pada metode vorteks adalah persamaan Navier Stokes yang dituliskan dalam variable vortisitas sebagai berikut:

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{\omega} = (\nabla \bar{u}) \cdot \bar{\omega} + \nu \nabla^2 \bar{\omega} \quad (2-1)$$

Keterangan:

$\bar{u}(x,t)$: medan kecepatan,
 ν : viskositas kinematik,

t : besaran waktu, dan
 $\bar{\omega} = \nabla \times \bar{u}$: vortisitas.

Besaran vortisitas adalah besaran yang secara fisik menyatakan tendensi elemen fluida untuk berotasi.

Secara fisik, persamaan (2-1) di atas dapat diinterpretasikan sebagai berikut: suku pertama ruas kiri menyatakan ketidaktunakan aliran, suku kedua menyatakan aspek konveksi dari aliran, suku pertama ruas kanan menyatakan peregangan vorteks dan suku kedua kanan menyatakan difusi vortisitas. Untuk kasus dua dimensi, suku peregangan vorteks dapat dihilangkan sehingga persamaan atur persamaan vortisitas dua dimensi menjadi:

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{\omega} = \nu \nabla^2 \bar{\omega} \tag{2-2}$$

Penyelesaian numerik persamaan di atas secara konservatif dapat menggunakan metode beda berhingga namun penyelesaian tersebut membutuhkan pembentukan kisi-kisi dimana hal tersebut ingin dihindari dalam pengembangan metode vorteks. Untuk menghindari pembentukan kisi-kisi tersebut, suku difusi pada persamaan di atas tidak diselesaikan secara langsung namun dilakukan pemodelan. Terdapat beberapa pemodelan suku difusi yang telah diperkenalkan seperti model gerakan random, model pembesaran partikel dan model pertukaran kekuatan antar partikel. Dari model-model difusi tersebut, yang secara matematis memberikan derajat akurasi paling tinggi adalah model pertukaran antar partikel. Disamping kelebihan dalam hal paling akurat, model pertukaran antar partikel tersebut memiliki kelemahan dalam hal beban perhitungan yang paling besar sehingga model tersebut masih jarang digunakan. Dalam penelitian ini, model difusi yang digunakan adalah model pertukaran antar partikel sehingga diharapkan simulasi memberikan derajat akurasi yang paling tinggi.

2.2 Diskritisasi Bola-Bola Partikel

Untuk menyelesaikan persamaan vortisitas secara Lagrangian, aliran fluida dimodelkan dengan bola-bola diskrit yang dapat bergerak mengikuti konveksi aliran fluida. Bola-bola partikel tersebut membawa vortisitas dimana besar vortisitas dapat berubah terhadap waktu mengikuti proses difusi. Dalam perhitungan metode vorteks ini, besaran yang merepresentasikan sifat bola partikel adalah besaran kekuatan partikel yang dihubungkan dengan besaran vortisitas sebagai berikut:

$$\omega(\bar{x}, t) = \sum_{i=1}^N \xi_i(\bar{x} - \bar{x}_i) \Gamma_i(\bar{x}') \tag{2-3}$$

Keterangan:

Γ_i : kekuatan partikel dan
 \bar{x} : posisi aliran yang ditinjau.

Indeks i adalah indeks untuk bola-bola partikel. ξ_i adalah fungsi yang menyatakan distribusi vortisitas dalam bola partikel. Terdapat beberapa fungsi yang dapat digunakan untuk fungsi distribusi tersebut dan dalam penelitian ini digunakan fungsi Gaussian karena dari studi literatur fungsi tersebut memiliki kekokohan yang tinggi secara numerik. Fungsi Gaussian tersebut dituliskan sebagai berikut:

$$\xi_i(\bar{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{|\bar{x}|}{\sigma_i}\right)^2\right) \tag{2-4}$$

Keterangan:

σ_i^2 : parameter penghalusan yang menyatakan ukuran partikel.

Besaran kekuatan partikel dapat dianggap sebagai vortisitas dalam bola partikel yang terakumulasi dalam titik pusat bola partikel. Jika A_i adalah luas bola partikel maka kekuatan partikel dapat dinyatakan dalam vortisitas sebagai $\Gamma_i \triangleq \omega_i A_i$.

2.3 Strategi Penyelesaian Persamaan Atur

Ide dasar metode vorteks yang diperkenalkan oleh Chorin adalah

melakukan penyelesaian suku difusi dan suku konveksi secara terpisah pada persamaan vortisitas. Penyelesaian suku konveksi adalah menghitung pergerakan bola-bola partikel dengan mengintegrasikan kecepatan partikel-partikel. Kecepatan bola-bola partikel pada waktu tertentu t dihitung dengan menggunakan persamaan Biot-Savart sebagai berikut:

$$\bar{u}(\bar{x}_i, t) = - \sum_{j=1}^N \frac{q \left(\frac{|x_i - x_j|}{\sigma_j} \right)}{|x_i - x_j|^2} (\bar{x}_i - \bar{x}_j) \times \hat{e}_z \Gamma_j \quad (2-5)$$

Fungsi q untuk distribusi Gaussian didefinisikan sebagai berikut:

$$q(\rho) = \frac{1}{2\pi} \left(1 - \exp \left(-\frac{\rho^2}{2} \right) \right) \quad (2-6)$$

Persamaan biot-savart tersebut menyatakan bahwa kecepatan suatu bola partikel merupakan hasil induksi partikel-partikel lain dalam ruang komputasi. Perhitungan tersebut membutuhkan beban perhitungan sebesar N^2 perhitungan dengan N adalah jumlah bola partikel dalam ruang komputasi. Dalam ruang komputasi yang terdapat jumlah partikel yang sangat banyak, perhitungan menjadi sangat lama dan tidak praktis. Untuk melakukan percepatan perhitungan digunakan teknik percepatan perhitungan Biot-Savart yang dikenal dengan metode *Fast Multiple Method (FMM)*. Algoritma rinci mengenai metode tersebut dapat dilihat pada Carrier, et al(1988).

Penyelesaian suku difusi menghitung evolusi kekuatan bola partikel terhadap waktu. Seperti yang telah disebutkan di atas bahwa suku difusi dimodelkan dengan model pertukaran antar partikel yang dikenalkan oleh Degond dan Mas Gallic. Dengan model tersebut, operator Laplacian suku difusi didekati dengan operator integral sebagai berikut:

$$\nabla^2 \omega(x) \approx \frac{2}{\sigma^2} \int \eta(\bar{x} - \bar{x}') (\omega(\bar{x}') - \omega(\bar{x})) d\bar{x}' \quad (2-7)$$

Dengan fungsi η untuk distribusi Gaussian didefinisikan dengan:

$$\eta(\bar{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left(-\frac{|\bar{x}|^2}{2\sigma^2} \right) \quad (2-8)$$

Persamaan (2-7) didiskritisasi untuk semua partikel dan disubstitusikan ke persamaan (2-2) yang dihilangkan suku konveksinya sehingga didapatkan turunan kekuatan partikel terhadap waktu sebagai berikut:

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{2\nu}{\sigma_i^2} \sum_{j=1}^N (S_i \Gamma_j - S_j \Gamma_i) \eta_{ij}(\bar{x}_i - \bar{x}_j) \quad (2-9)$$

Indeks i dan j secara berurutan adalah indeks untuk partikel yang dihitung dan partikel lain yang menginduksi partikel i tersebut. Indeks ij menyatakan nilai rata-rata dari properti partikel i dan partikel j .

Setelah kecepatan dan turunan kekuatan partikel terhadap waktu telah dihitung dapat dilakukan integrasi waktu terhadap dua besaran tersebut. Integrasi waktu yang dipakai dalam penelitian ini menggunakan dua tahap yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi sebagai berikut:

- Tahap prediksi: Untuk menghitung posisi dan kekuatan partikel pada $t+1/2 \Delta t$ dilakukan integrasi kecepatan pada saat t yang merupakan fungsi dari posisi dan kekuatan partikel pada saat t sebagai berikut:

$$x_{n+1/2} = x_n + u_n(x_n, \Gamma_n) \Delta t \quad (2-10)$$

$$\Gamma_{n+1/2} = \Gamma_n + \frac{d\Gamma}{dt} \Big|_n (x_n, \Gamma_n) \Delta t \quad (2-11)$$

- Tahap Koreksi: kecepatan partikel-partikel dihitung kembali dengan menggunakan posisi dan kekuatan partikel dari persamaan (2-10) dan (2-11) di atas dan dilakukan integrasi kecepatan terhadap waktu tersebut dengan menggunakan:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{u_n(x_n, \Gamma_n) + u_{n+1}(x_{n+1/2}, \Gamma_{n+1/2})}{2} \Delta t \quad (2-12)$$

Hasil dari tahapan-tahapan perhitungan di atas menghasilkan posisi dan kekuatan partikel pada $t+\Delta t$.

Adanya medan vortisitas disekitar benda dua dimensi menginduksi adanya kecepatan selip pada permukaan akibat pengaruh persamaan Biot-Savart. Hal tersebut menginspirasi konsep pembentukan vortisitas yang dihasilkan dari kondisi batas. Secara fisik, kondisi batas permukaan mensyaratkan bahwa kecepatan selip permukaan akibat medan vortisitas harus dihilangkan. Mekanisme pembentukan vortisitas permukaan adalah mendefinisikan titik-titik permukaan benda yang memproduksi gulungan vorteks. Gulungan vorteks yang dihasilkan harus memberikan kecepatan yang berlawanan dengan kecepatan selip akibat medan vortisitas. Gulungan vorteks tersebut kemudian didifusikan ke partikel-partikel disekitarnya. Mekanisme pembentukan gulungan vorteks tersebut diilustrasikan dalam Gambar 2-1.

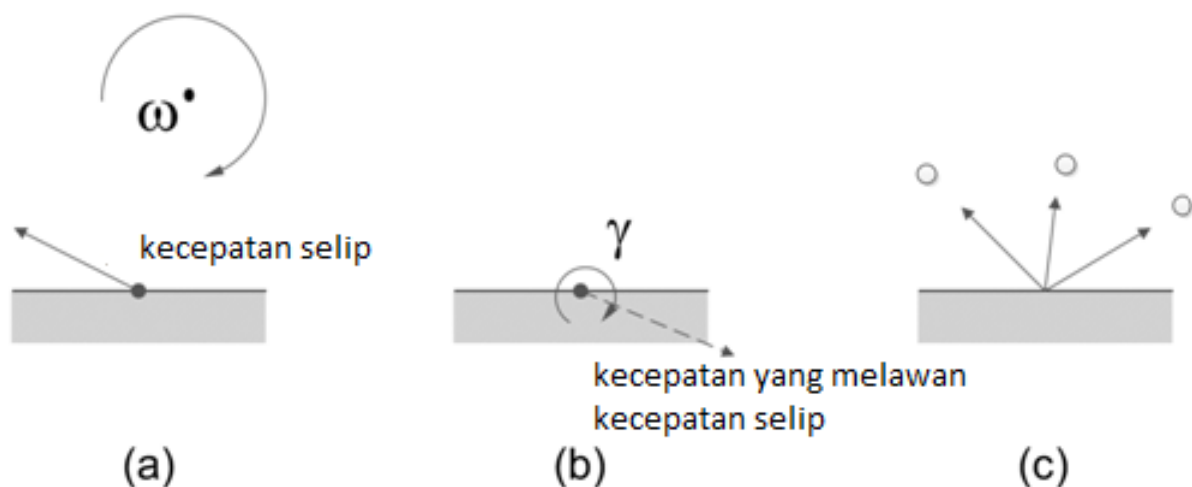
Gulungan vorteks dihitung dengan menyelesaikan persamaan integral sebagai berikut:

$$-\frac{\gamma(\vec{x})}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_2 \gamma(\vec{x}') \hat{n} \cdot \nabla \log|x - x'| dx' = [(\bar{u}_{slip} - \bar{u}_b) \cdot \vec{s}] \quad (2-13)$$

Dimana \bar{u}_{slip} adalah kecepatan selip akibat induksi vortisitas dan \bar{u}_b adalah kecepatan benda sedangkan \vec{s} adalah vektor paralel permukaan benda. Persamaan integral di atas diselesaikan secara numerik dengan metode elemen batas standard. Setelah gulungan vorteks telah dihitung, dapat dilakukan perhitungan difusi gulungan vorteks ke partikel-partikel sekitar benda. Perhitungan difusi gulungan vorteks dilakukan untuk menghitung turunan kekuatan partikel terhadap waktu akibat gulungan vorteks sebagai berikut:

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{\gamma}{\Delta t} [\text{erf}(c)] \left(\frac{(x_i - \frac{h_i}{2})\sqrt{4vt}}{(x_i + \frac{h_i}{2})\sqrt{4vt}} \right) \quad (2-14)$$

$$\left(\sqrt{4vt} \frac{1}{2} \left(\left([\text{ierfc}(s)] \left(\frac{y_p - \frac{b}{2} - h_i/2}{(y_p - \frac{b}{2} + h_i/2) / \sqrt{4vt}} \right)} - \left([\text{ierfc}(s)] \left(\frac{y_p + \frac{b}{2} - h_i/2}{(y_p + \frac{b}{2} + h_i/2) / \sqrt{4vt}} \right)} \right) \right) \right)$$



Gambar 2-1: Ilustrasi skema pembentukan vortisitas permukaan benda (a) vortisitas medan aliran fluida menginduksi kecepatan selip dipermukaan benda (b) gulungan vorteks terbentuk untuk melawan kecepatan selip (c) gulungan vorteks didifusikan ke partikel-partikel disekitar permukaan benda

Persamaan (2-14) diintegrasikan terhadap waktu sebagai berikut:

$$\Gamma_i^{n+1} = \Gamma_i^* + \Delta t \left. \frac{d\Gamma_i}{dt} \right|_{\text{permukaan}} (x^{n+1}, \Gamma^*) \quad (2-15)$$

Dimana Γ^* adalah kekuatan partikel dari tahapan perhitungan difusi sebelumnya. Kekuatan partikel di atas merupakan kekuatan partikel pada $t+\Delta t$. Tahapan-tahapan perhitungan di atas dilakukan secara berulang-ulang sampai waktu simulasi t yang diinginkan sehingga didapatkan data posisi dan kekuatan partikel sebagai fungsi waktu.

Untuk kasus dimana benda dapat bergerak, efek pergerakan dimasukkan dalam perhitungan vorteks *sheet* pada persamaan (2-13) yang ditentukan oleh \bar{u}_b . Pergerakan benda menyebabkan adanya perubahan posisi permukaan benda yang dihitung dengan integrasi kecepatan permukaan terhadap waktu sebagai berikut:

$$\bar{x}_b^{n+1} = \bar{x}_b^n + \Delta t \bar{u}_b^n \quad (2-16)$$

Dengan \bar{x}_b^{n+1} adalah koordinat permukaan pada langkah waktu $n+1$.

Tahapan-tahapan perhitungan di atas memerlukan parameter numerik yaitu Δt dan σ . Kedua parameter di atas dipilih dengan kriteria kestabilan numerik sebagai berikut:

$$\frac{v\Delta t}{\sigma^2} \leq \phi \quad (2-17)$$

Dengan $\phi = 0.595$ untuk skema prediksi-koreksi yang digunakan dalam penelitian ini.

3 SIMULASI

Dalam makalah ini ditunjukkan simulasi-simulasi menggunakan metode vorteks seperti yang didiskusikan di atas. Simulasi yang dilakukan dipilih kasus yang memiliki eksperimen sebagai pembanding yaitu kasus aliran yang digerakkan secara tiba-tiba disekitar silinder dan kasus aliran disekitar pelat datar yang bergerak translasi.

3.1 Aliran yang Digerakkan Secara Tiba-Tiba Disekitar Silinder

Simulasi pertama adalah simulasi aliran yang digerakkan tiba-tiba disekitar silinder pada bilangan Reynolds 3000. Hasil simulasi yang berupa distribusi vortisitas disekitar silinder sebagai fungsi waktu dibandingkan dengan hasil visualisasi eksperimental menggunakan PIV yang diambil dari Subramaniam(1996).

Gambar 3-1 menunjukkan distribusi vortisitas pada daerah aliran disekitar seperempat bagian daerah belakang silinder yang dihasilkan dari metode vorteks (kanan) dan hasil eksperimen (kiri). Aliran fluida mengalir dari kiri ke kanan. Warna kuning-merah menunjukkan vortisitas searah jarum jam dan warna biru menunjukkan vortisitas berlawanan arah jarum jam. Besar vortisitas ditunjukkan dengan intensitas warna. Fenomena yang ditunjukkan oleh Gambar 2-1 adalah terbentuknya gulungan vorteks yang terjadi akibat terjadinya pelepasan aliran. Struktur aliran vorteks yang dihasilkan dari metode vorteks menunjukkan kemiripan dengan tingkat detail yang cukup baik dibandingkan dengan hasil eksperimen.

3.2 Pelat Datar yang Bergerak Translasi

Simulasi yang dilakukan pada kasus ini adalah pelat datar yang bergerak secara translasi dengan tiga modus kecepatan yaitu dipercepat, kecepatan konstan dan diperlambat sampai berhenti. Skenario simulasi mengikuti skenario eksperimen yang dilakukan oleh Long (2009) yang menggunakan metode PIV (*Particle Image Velocimetry*). Eksperimen PIV tersebut dilakukan pada sebuah bak air. Modus gerak translasi yang disimulasikan dinyatakan dengan kecepatan sebagai fungsi waktu sebagai berikut:

$$t/T \leq 0.42 \quad \rightarrow u = 0.011*(t/T) \text{ cm/s (dipercepat)}$$

$0.42 < t/T \leq 0.72 \rightarrow u = 0.005 \text{ cm/s}$
(kecepatan konstan)

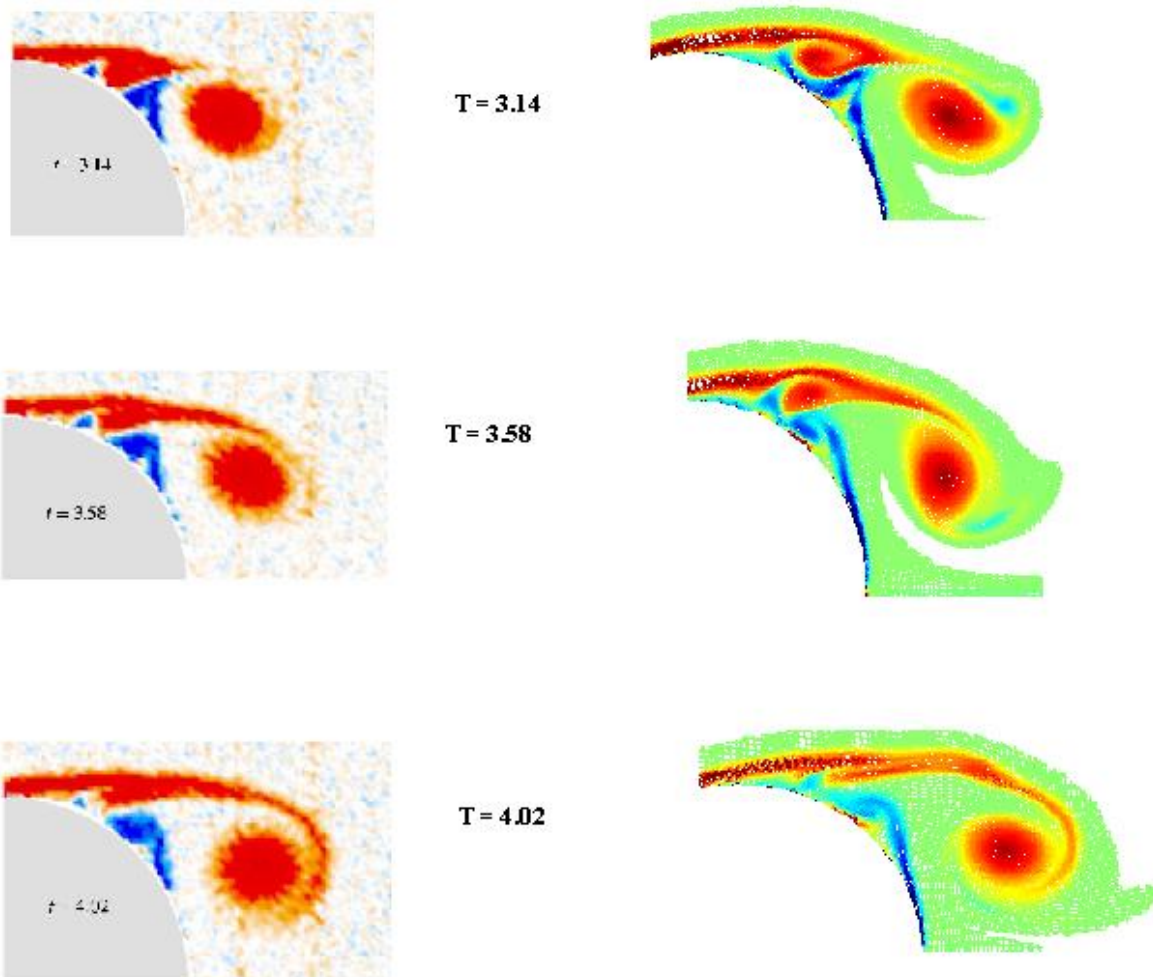
$0.73 \leq t/T \leq 0.86 \rightarrow u = (-0.035 * (t/T) + 0.03) \text{ cm/s}$
(diperlambat)

$t/T > 0.86 \rightarrow u = 0.0$ (diam)

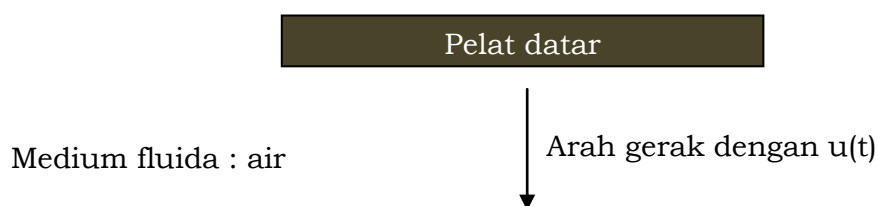
dengan t adalah waktu dihitung dari pelat datar mulai digerakkan, u adalah

kecepatan tranlasi sebagai fungsi waktu dan T adalah waktu pengamatan yang ditentukan 35 detik. Sistematika gerak diilustrasikan pada Gambar 3-1.

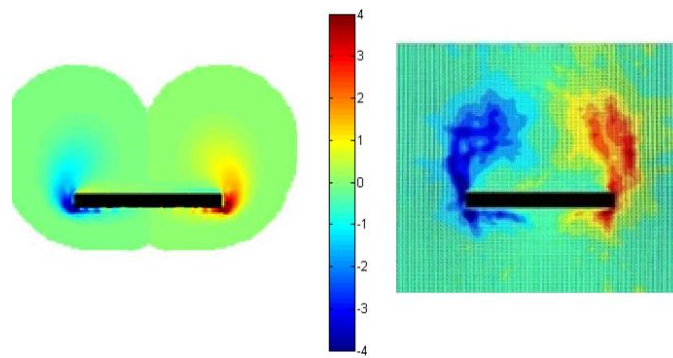
Perbandingan hasil simulasi dan eksperimen PIV oleh Long berupa distribusi vortisitas dalam medan aliran sebagai fungsi waktu ditunjukkan pada Gambar 3-2.



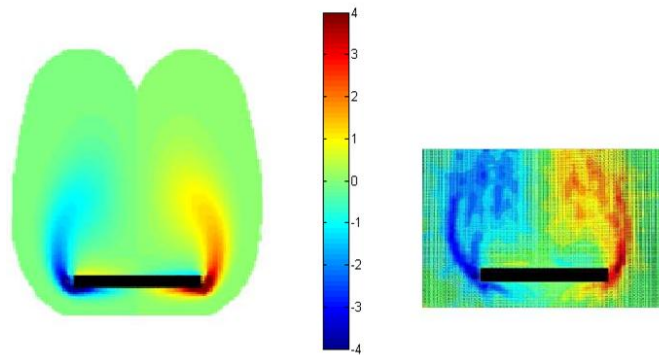
Gambar 3-1: Distribusi vortisitas disalah satu sisi belakang silinder pada bilangan Reynolds 3000 hasil simulasi metode vorteks (kanan) dan data pembandingan dari pengukuran eksperimental (kiri) untuk beberapa waktu (T)



Gambar 3-1: Ilustrasi skema simulasi : pelat datar digerakkan dalam medium air dengan arah gerak dari atas kebawah dengan kecepatan sebagai fungsi waktu

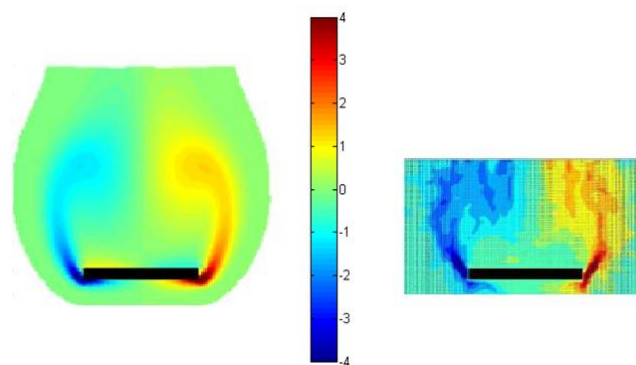


$t/T = 0.25$

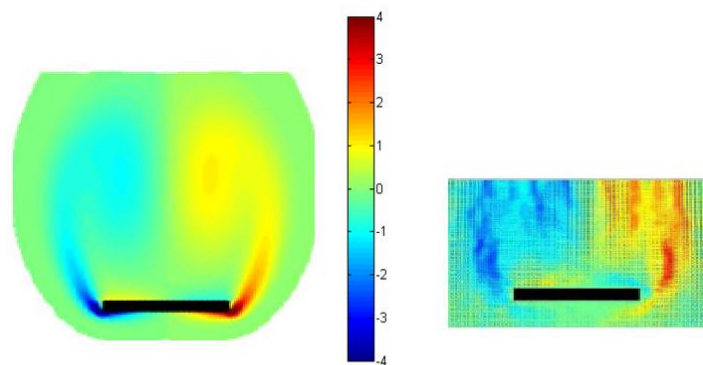


$t/T = 0.42$

Gambar 3-2: Perbandingan medan vortisitas antara hasil metode vorteks (kiri) dengan eksperimen (kanan) pada fase percepatan

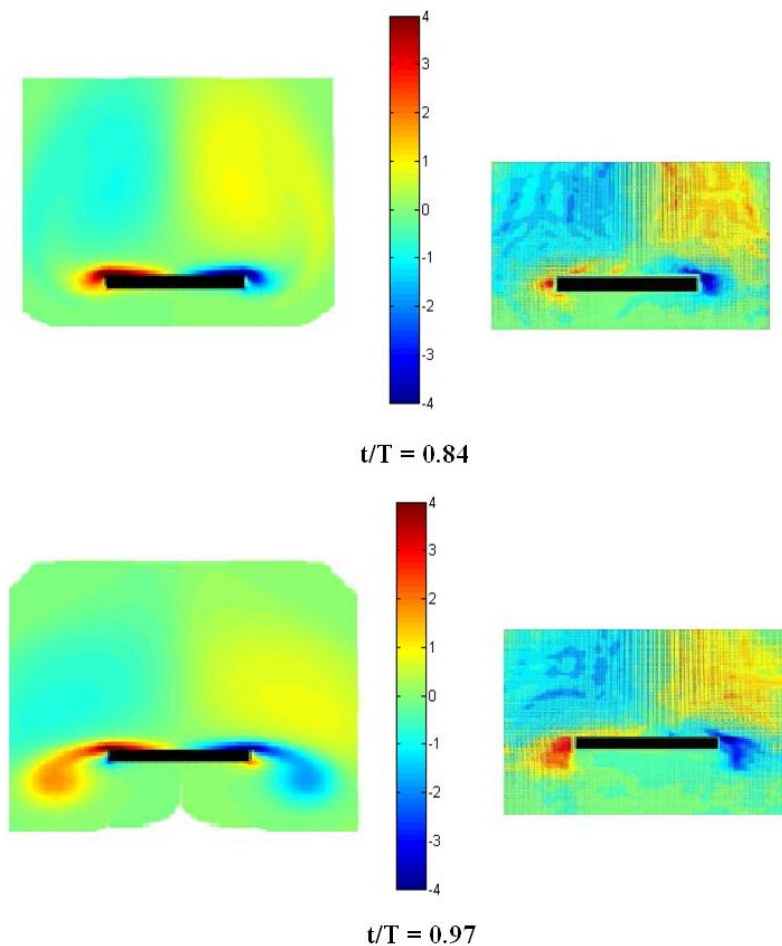


$t/T = 0.58$



$t/T = 0.72$

Gambar 3-3: Perbandingan medan vortisitas antara hasil metode vorteks (kiri) dengan eksperimen (kanan) pada fase kecepatan konstan



Gambar 3-4: Perbandingan medan vortisitas antara hasil metode vorteks (kiri) dengan eksperimen (kanan) pada fase perlambatan dan berhenti

Gambar di atas menunjukkan distribusi vortisitas disekitar pelat datar yang bergerak dari atas ke bawah. Gambar $t/T = 0.25$ dan $t/T = 0.42$ menunjukkan distribusi vortisitas dalam fasa percepatan, $t/T = 0.58$ dan $t/T = 0.72$ pada fasa kecepatan konstan $t/T = 0.84$ pada fasa perlambatan dan $t/T=0.97$ adalah saat berhenti. Warna merah menunjukkan vortisitas berlawanan arah jarum jam dan warna biru menunjukkan sebaliknya. Besar vortisitas ditunjukkan oleh intensitas warna dengan nilai maksimum dan minimum pada peta warna adalah 4 cm^{-1} dan -4 cm^{-1} .

Perbandingan medan vortisitas antara hasil simulasi metode vorteks dan eksperimen menunjukkan bahwa kedua hasil tersebut sangat mirip dan konsisten dalam menangkap fenomena-fenomena yang terjadi. Fenomena-fenomena yang secara konsisten ditunjuk-

kan oleh kedua hasil dapat dijelaskan sebagai berikut: pada fase percepatan, terbentuk medan vortisitas yang memanjang kebelakang dikedua sisi pelat datar secara simetris dengan arah yang berlawanan. Pada fase kecepatan konstan, medan vortisitas yang telah terbentuk terlihat menjadi memudar. Hal tersebut menunjukkan adanya pengurangan produksi vortisitas permukaan. Pada fase perlambatan dan berhenti, terbentuk medan vortisitas baru dikedua sisi yang berlawanan arah dengan vortisitas sebelumnya pada posisi yang sama, sedangkan vortisitas sebelumnya yang telah mengalir di belakang cenderung memudar. Fenomena-fenomena tersebut menunjukkan bahwa produksi vortisitas ditentukan oleh percepatan. Karakteristik dinamika medan vortisitas terhadap modus gerak yang konsisten antara metode vorteks

dan eksperimen menunjukkan metode vorteks cukup baik memprediksi karakteristik aliran fluida. Perbedaan yang terlihat antara hasil eksperimen dan metode vorteks adalah eksperimen memberikan besar vortisitas yang lebih tinggi dan lebih tidak teratur dibandingkan dengan metode vorteks. Perbedaan tersebut dapat diterima karena dalam kondisi aktualnya simulasi metode vorteks dan eksperimen memiliki perbedaan kondisi yaitu: (1) eksperimen merupakan kasus tiga dimensi sedangkan simulasi metode vorteks yang dilakukan adalah kasus dua dimensi. Pada kasus tiga dimensi, dalam persamaan atur terhadap suku peregangan vorteks yang dieliminasi dalam kasus dua dimensi. (2) eksperimen dilakukan pada bak air yang merupakan media terisolasi. Efek isolasi tersebut dalam simulasi metode vorteks tidak dimodelkan. (3) dalam eksperimen, media fluida tidak dapat dikontrol secara sempurna untuk memberikan medan fluida tanpa vortisitas sedangkan dalam metode vorteks pada saat kondisi awal, media fluida diasumsikan tidak terdapat vortisitas. Dengan melihat konsistensi fenomena dan orde besaran vortisitas yang mirip memberikan kepercayaan bahwa metode vorteks dapat memberikan akurasi yang cukup baik

4 KESIMPULAN

Dalam makalah ini telah disajikan hasil simulasi metode vorteks untuk dua kasus aliran fluida dua dimensi yang dibandingkan dengan eksperimen. Dari hasil perbandingan tersebut, metode vorteks dapat menunjukkan struktur aliran vortisitas yang mirip dan konsisten dengan yang ditunjukkan oleh eksperimen baik untuk kasus benda yang diam dengan aliran bergerak yang diwakili oleh kasus silinder maupun kasus benda yang bergerak yang diwakili oleh kasus pelat datar. Dari perbandingan tersebut memberikan kepercayaan bahwa metode

vorteks dapat mensimulasikan fenomena aliran khususnya yang mengandung efek ketidak-tunakan maupun efek viskositas yang dominan dengan hasil yang sangat baik.

DAFTAR RUJUKAN

- Carrier, J., L. Greengard, et al., 1988. *A Fast Adaptive Multipole Algorithm For Particle Simulations*, Siam J. Sci. Stat. Comput. **9**(4).
- Chorin, A. J., 1973. *Numerical Study of Slightly Viscous Flow*, J. Fluid Mech **57**: 785-796.
- Degond, P. and S. Mas-Gallic, 1989. *The Weighted Particle Method for Convection-Diffusion Equations. I. The Case Of An Isotropic Viscosity; II. The Anisotropic Case*, Math. Comput **53**.
- Koumoutsakos, P., 1993. *Direct Numerical Simulations of Unsteady Separated Flows Using Vortex Methods*, Ph.D thesis, California Institute of Technology.
- Leonard, A., 1980. *Vortex Methods for Flow Simulation*, J. Comput. Phys. **37**: 289-335.
- Lighthill, M. J., 1963. *Introduction to Boundary Layer Theory*, New York, Oxford Univ. Press.
- Long, N. H., 2009. *Vortex Interaction and Force Generation in Flapping Flight*, Master Thesis, Institut Teknologi Bandung.
- Ploumhans, P. and G. S. Winckelmans, 2000. *Vortex Methods for High-Resolution Simulations of Viscous Flow Past Bluff Bodies of General Geometry*, Journal of Computational Physics (165): 354-406.
- Sepnov, A. J., 2009. *Development Of Three-Dimensional Vortex Element Method For High-Resolution Flow Simulation*, Master Thesis Master Thesis, Institut Teknologi Bandung.
- Subramaniam, S., 1996. *A New Mesh-Free Vortex Method*, Doctor of Philosophy Ph.D. Dissertation, The Florida State University.

