

Perhitungan Elemen Orbit Bintang Ganda WDS 03264+3520 Menggunakan Metode *Semi-Definite Programming* (Orbital Elements Determination Of Binary System WDS 03264+3520 Using *Semi-Definite Programming Method*)

Achmad Zainur Rozykin^{1,3}, Ayu Dyah Pangestu^{2,3}, Budi Dermawan⁴

¹Program Studi Sains Atmosfer dan Keplanetan, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera, Lampung

²Pusat Sains Antariksa, Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional, Bandung

³Program Studi Magister Astronomi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Bandung

⁴Kelompok Keilmuan Astronomi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Bandung

Riwayat naskah

Diterima: 30-10-2020

Direvisi: 15-12-2020

Disetujui: 16-12-2020

Korespondensi:

A.Z. Rozykin

zein.rozykin48@gmail.com

ABSTRAK

Banyak metode yang digunakan untuk menentukan elemen orbit elips bintang ganda. Salah satu metode yang relatif baru digunakan dalam penentuan elemen orbit adalah *Semi-Definite Programming* (SDP). Metode ini digunakan untuk menyelesaikan persamaan umum elips dari data pengamatan dengan batasan tertentu, yang memberikan solusi tunggal melalui konsep optimisasi konveks. Salah satu keunggulan metode SDP adalah mampu mendapatkan elips terbaik dari jumlah titik data yang terbatas dengan persebaran yang sempit (mengelompok). Tujuan penelitian ini adalah menentukan elemen orbit bintang ganda WDS 03264+3520 atau HDS 430 dengan terlebih dahulu mendapatkan koefisien persamaan elips orbit proyeksinya melalui SDP. Kemudian dengan menggunakan metode Kowalsky, didapatkan nilai elemen orbit elips sejati dari bintang ganda ini. Implementasi skema paralaks dinamika menghasilkan massa masing-masing bintang melalui proses iteratif dengan melibatkan nilai magnitudo mutlak bolometrik bintang. Hasil perhitungan elemen orbit dan massa bintang ganda ini menunjukkan bentuk orbit yang lebih lonjong (eksentrik) dengan massa bintang yang sedikit lebih rendah daripada hasil studi sebelumnya.

Kata kunci: bintang ganda, *Semi-Definite Programming*, paralaks dinamika

ABSTRACT

There are several methods available to determine orbital elements of a binary system. One of them which is somewhat new is Semi-Definite Programming (SDP). This method is used to solve an equation of general ellipse using observational data with some constraints, to reveal a unique solution based on convex optimization concept. One of the advantages of SDP is its capability to reveal a best-fit ellipse although the number of data is limited and distributed in a small spatial distribution. Our aim is to determine orbital elements of the true orbit of a binary system WDS 03264+3520 or HDS 430, whose elements of the projected orbit are derived by SDP. The orbital elements of the true orbit are determined by applying the Kowalsky method. Masses of the components are then calculated by using a scheme of dynamical parallax through an iterative process by involving bolometric absolute magnitudes of the components. Results of the orbital elements and the masses show a more eccentric orbit and a bit lower stellar masses compared to those known in a previous study.

Keywords: binary system, Semi-Definite Programming, dynamical parallax

1. Pendahuluan

Bintang ganda merupakan suatu sistem dua bintang yang bergerak mengitari pusat massa sistem. Terdapat beberapa tipe bintang ganda yang diklasifikasikan berdasarkan metode deteksinya, yaitu bintang ganda visual, bintang ganda spektroskopi, bintang ganda gerhana, dan bintang ganda astrometri. Namun, tidak semua tipe bintang ganda tersebut tampak pergerakannya di bidang langit. Hanya bintang ganda visual yang mana kedua komponen bintangnya dapat diamati dengan teleskop, dan bintang ganda astrometri yang bisa diamati dari pergerakan sejati salah satu komponen bintangnya yang mengalami gangguan atau seperti 'bergoyang' (*wobble*).

Bintang ganda visual menjadi salah satu sistem yang penting untuk dipelajari karena berdasarkan orbitnya, dapat diketahui gaya gravitasi pada sistem tersebut sehingga dapat diketahui pula massa dari masing-masing bintang. Massa bintang menjadi salah satu parameter yang sangat penting pada studi evolusi bintang melalui hubungan massa dan luminositas pada diagram Hertzsprung-Russell (HR).

Pada penelitian lainnya, Nurmi (2005) dengan menggunakan evolusi bintang tunggal dan bintang ganda dapat menyimulasikan distribusi bintang pada arah tertentu di Galaksi dan didapatkan pula parameter model Galaksi. Simulasi tersebut dianalisis dan dioptimasi sehingga dapat memprediksi parameter observasional bintang ganda dengan mempertimbangkan kemampuan pengamatan oleh misi Gaia. Hasilnya, diestimasi sebesar $1,10 \times 10^7$ jumlah sistem bintang ganda visual yang dapat dideteksi oleh Gaia sesuai dengan limit deteksinya. Jumlah tersebut mencakup bintang ganda visual dari seluruh jenis spektrum bintang. Oleh karena itu, penelitian terkait bintang ganda visual sangat menarik untuk dilakukan.

Tampakan gerak bintang ganda visual di langit merupakan proyeksi dari (bentuk elips) gerak sejatinya. Data tampakan atau pengamatan gerak ini pada *epoch* tertentu dinyatakan dengan dua besaran, yaitu sudut posisi (θ) dan jarak sudut (ρ) dari komponen bintang sekunder relatif terhadap bintang primernya.

Beberapa metode telah digunakan untuk menghitung elemen orbit bintang ganda visual, salah satunya adalah metode Kowalsky yang dapat menentukan elemen orbit sejati bintang ganda secara analitis (Smart, 1986) serta penentuan massa kedua bintang menggunakan paralaks dinamika seperti yang digunakan oleh Siregar (2014). Sementara itu, salah satu metode yang relatif baru digunakan untuk menghitung elemen orbit (proyeksi) bintang ganda adalah metode *Semi-Definite Programming* (SDP), yang menerapkan konsep optimisasi konveks (Branham, 2009). Solusi SDP ini diperoleh melalui *ellipsoidal fitting* terhadap titik-titik data. Sekalipun jumlah data sangat terbatas, dengan formulasi dan batasan tertentu, SDP memberikan jaminan bahwa solusi tersebut ada dan tunggal (Calafiore, 2002).

Menurut Branham (2009), penggunaan metode SDP ini untuk penentuan elemen orbit bintang ganda visual masih belum banyak dilakukan, sehingga pada pekerjaan ini, akan dihitung elemen orbit dan massa bintang ganda WDS 03264+3520 atau yang selanjutnya disebut sebagai HDS 430 menggunakan metode SDP. Objek ini dipilih untuk menguji metode SDP karena jumlah data pengukuran yang sedikit dan memiliki kecenderungan sudut posisi (θ) yang membesar. Hal tersebut merupakan batasan dari kode program perhitungan yang digunakan. HDS 430 memiliki koordinat ekuatorial (asensio rekta, deklinasi) = $(\alpha, \delta) = (3h\ 26m\ 21,05s, +35^\circ\ 20'\ 26,1'')$ pada *epoch* J2000 (Gambar 1).

Elemen orbit sejati bintang ganda ini diperoleh dengan mengolah elemen elips proyeksi hasil SDP menggunakan metode Kowalsky (Smart, 1986). Beberapa nilai elemen orbit sejati menjadi masukan untuk menghitung massa kedua bintang menggunakan skema paralaks dinamika (Siregar, 2014) dengan melibatkan nilai magnitudo mutlak bolometrik kedua bintang.

Dengan demikian, pekerjaan ini bertujuan untuk menghitung elemen orbit bintang ganda WDS 03264+3520 atau HDS 430 menggunakan metode SDP, untuk menguji metode tersebut ketika dihadapkan pada jumlah data yang sedikit, serta untuk mendapatkan nilai massa kedua komponen bintang menggunakan paralaks dinamika.



Gambar 1. Citra objek HDS 430 pada peta langit dengan medan pandang selebar 11,98 menitbusur (Aladin Sky Atlas, 2017).

2. Data dan Metode

Bintang ganda WDS 03264+3520 atau yang juga dikenal sebagai HDS 430, HD 21183, maupun HIP 16025 memiliki parameter observasional yang diambil dari katalog *Washington Double Star* (WDS Catalog) seperti yang ditabulasikan pada Tabel 1.

Jumlah data pengamatan bintang ganda HDS 430 yang tersedia sangat terbatas (Cvetkovic *et al.*, 2016), yaitu delapan titik (Tabel 2), dan menjadi tantangan dalam mengaplikasikan metode SDP. Untuk keperluan ini digunakan modul CVX (optimisasi konveks, Grant & Boyd, 2017) yang diintegrasikan ke dalam pemrograman MATLAB.

Orbit proyeksi bintang ganda yang tampak pada bidang langit dimodelkan secara matematis menjadi persamaan umum elips dalam koordinat Kartesian dua dimensi (x, y),

$$A'x^2 + B'y^2 + H'xy + G'x + F'y + L' = 0 \quad (1)$$

dengan A' , B' , H' , G' , F' , dan L' adalah koefisien-koefisien elips proyeksi. Aplikasi metode SDP bertujuan untuk mendapatkan nilai koefisien-koefisien persamaan (1) yang membangun elips proyeksi terbaik.

Metode SDP membuat penyederhanaan formulasi persamaan (1) menjadi bentuk persamaan linier dan mengkonstruksi suatu batasan berupa fungsi

Tabel 1. Parameter umum bintang ganda HDS 430.

Sistem HDS 430	
RA (J2000)	3h 26m 21.05s
Dek (J2000)	+35° 20' 26.1"
Separasi sudut	0,2 detikbusur
Komponen primer	
m_v	8,80
Kelas/tipe	F6V
Komponen sekunder	
m_v	10,58
Kelas/tipe	G9V

Tabel 2. Data hasil pengamatan astrometri HDS 430. Sudut posisi (θ) dinyatakan dalam derajat sementara separasi sudut (ρ) dinyatakan dalam milidetikbusur (*miliarcsecond*, mas).

Epoch (tahun)	θ (°)	ρ (mas)	Ref
1991,2500	172,0	240	ESA (1997)
1998,7776	217,6	283	Balega <i>et al.</i> (2002)
1999,6399	222,8	291	Horch <i>et al.</i> (2002)
2000,7623	226,2	290	Horch <i>et al.</i> (2002)
2000,7677	227,2	291	Horch <i>et al.</i> (2002)
2004,8158	244,2	279	Balega <i>et al.</i> (2007)
2008,7023	265,6	244	Horch <i>et al.</i> (2012)
2010,8923	278,2	230	Orlov <i>et al.</i> (2011)

objektif sebagai kriteria dalam mencari solusi (Calafiore, 2002). Berdasarkan Hukum II Kepler, terdapat batasan konstanta luas sapuan. Persamaan (2) menyatakan hubungan konstanta luas sapuan (C) dengan ρ dan kecepatan sudut orbit $d\theta/dt$ dengan t menyatakan waktu,

$$\rho^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = C \quad (2)$$

Nilai $d\theta/dt$ dihitung melalui metode interpolasi *spline* menggunakan data pada Tabel 2. Persamaan (2) menjadi syarat yang ditambahkan ke dalam fungsi objektif sebelumnya sebagai kriteria untuk mendapatkan solusi (Naufal, 2017).

Untuk keperluan visualisasi orbit proyeksi, digunakan formulasi yang melibatkan solusi SDP dan koefisien-koefisien persamaan (1) sehingga dapat diketahui letak pusat elips relatif terhadap titik fokusnya (0,0) (Asada *et al.*, 2007).

Manipulasi matematis koefisien-koefisien elips proyeksi digunakan untuk mendapatkan koefisien-koefisien elips sejati $A, B, H, F,$ dan G pada persamaan (3) yang kemudian dinormalisasi (Naufal, 2017). Persamaan (3) merupakan persamaan umum irisan kerucut (elips) sejati orbit yang digunakan sebagai model matematis dari data pengamatan.

$$Ax^2 + By^2 + 2Hxy + 2Gx + 2Fy = 1 \quad (3)$$

Manipulasi tersebut menggunakan metode Kowalsky (Smart, 1986). Metode tersebut merupakan metode analitis yang dapat mencari elemen geometri dari orbit sejati bintang ganda visual apabila orbit proyeksinya sudah diketahui. Dari persamaan elips proyeksi yang telah diketahui nilai koefisiennya berdasarkan metode SDP, yakni nilai koefisien dari persamaan (1), dan dengan bintang primer berada di titik asal, koefisien elips proyeksi tersebut digunakan untuk mendapatkan koefisien elips sejati dari persamaan (3) melalui manipulasi matematis. Proses analitik matematisnya seperti yang dijelaskan oleh Smart (1986).

Selanjutnya, didapatkan nilai elemen orbit sejati seperti bujur nodal naik (Ω), inklinasi (i), argument periastron (ω), sumbu semimayor (a), dan eksentrisitas (e). Penggunaan metode ini memerlukan konsistensi dan kecermatan tanda matematis. Nilai elemen orbit lainnya, yaitu periode orbit (P) dan waktu lewat periastron (T), didapatkan melalui metode least-square dari persamaan-persamaan yang berkorespondensi dengan jumlah data. Nilai P dan a yang diperoleh digunakan untuk

menghitung massa masing-masing bintang (M_1 dan M_2).

Nilai ketidakpastian untuk setiap elemen orbit dihitung menggunakan persamaan seperti pada Branham (2017), yaitu dengan memanfaatkan matriks kovarian. Untuk setiap elemen orbit, anggap Σ sebagai matriks kovarian untuk $A', B', C', \dots, \Omega, i, \omega, \dots, P, T$. Maka, nilai ketidakpastian untuk sebuah elemen (misal Ω) dapat dinyatakan melalui persamaan (5) dengan V merupakan sebuah matriks yang didefinisikan pada persamaan (4).

$$V = \left[\frac{\partial \Omega}{\partial A}, \frac{\partial \Omega}{\partial B}, \frac{\partial \Omega}{\partial C}, \dots \right] \quad (4)$$

$$d\Omega^2 = MAD \cdot V^T \cdot \Sigma \cdot V \quad (5)$$

MAD pada persamaan (5) adalah *mean absolute deviation* (MAD) yaitu jumlah nilai mutlak dari residual pada data dibagi dengan derajat kebebasan.

Penentuan massa kedua bintang, yaitu nilai M_1 dan M_2 dihitung menggunakan skema paralaks dinamika yang mencakup persamaan (6),

$$p = a \left[(M_1 + M_2) P^2 \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (6)$$

dengan p adalah paralaks dalam satuan detikbusur.

Selain itu juga menggunakan hubungan magnitudo mutlak bolometrik (M_b) dengan magnitudo semu bolometrik (m_b) yang dinyatakan dengan persamaan (7),

$$M_b = m_b + 5 + 5 \log(p) \quad (7)$$

Hubungan massa-luminositas bintang (Cox, 2002) pada persamaan (8) dan (9) kemudian digunakan untuk mendapatkan massa kedua bintang dalam satuan massa Matahari (M_\odot).

$$\log \left(\frac{M}{M_\odot} \right) = 0,46 - 0,10M_b \quad (8)$$

apabila $M_b \leq 7.5$, atau

$$\log \left(\frac{M}{M_\odot} \right) = 0,75 - 0,145M_b \quad (9)$$

apabila $M_b > 7.5$.

Perhitungan ini dilakukan secara iteratif dengan memasukkan nilai-nilai awal $p, M_1,$ dan M_2 , sedangkan nilai m_b kedua bintang didapatkan dari data *bolometric correction*

(BC) dan magnitudo semu visual bintang. Nilai BC diperoleh dari data kelas spektrum kedua bintang dengan menggunakan tabel BC dari Cox (2002). Sedangkan nilai paralaks didapatkan dari data Hipparcos. Perhitungan iteratif dilakukan hingga ketiga besaran (p , M_1 , dan M_2) konvergen dengan masing-masing nilai kesalahan relatifnya 10^{-4} .

3. Hasil dan Pembahasan

Tabel 3 menyajikan hasil perhitungan kecepatan sudut orbit ($d\theta/dt$) dan konstanta luas C dari setiap titik data pada Tabel 2 yang digunakan dalam SDP untuk menghasilkan elips proyeksi terbaik mengikuti persamaan (1). Koefisien elips proyeksi terbaik hasil *ellipsoidal fitting* terhadap titik data menggunakan SDP diberikan pada Tabel 4.

Sementara itu, orbit proyeksi hasil SDP beserta dengan ketidakpastiannya diberikan pada Gambar 2. Orbit proyeksi tersebut berbentuk elips yang hampir seperti lingkaran. Namun tampak bahwa lokasi titik fokus terpisah cukup jauh dari pusat elips, sekitar separuh radius orbit proyeksi. Hal ini menunjukkan bahwa gambar orbit proyeksi tersebut bukan berbentuk lingkaran, melainkan elips dengan nilai eksentrisitas tertentu dan menghasilkan prediksi bahwa bentuk orbit sejati akan lebih eksentrik/lonjong daripada bentuk orbit proyeksi. Tidak semua ketidakpastian tergambar jelas pada orbit proyeksi dikarenakan nilai ketidakpastian beberapa titik data sangat kecil sehingga tidak tergambar dalam garis ketidakpastian.

Berdasarkan Gambar 2, tampak bahwa ketidakpastian setiap data bisa dikatakan cukup kecil untuk orbit proyeksi yang terbentuk. Peran metode SDP adalah memilih orbit proyeksi terbaik dari setiap titik data pengamatan meskipun jumlahnya sedikit dan sebaran yang terbatas dengan menghasilkan nilai ketidakpastian yang paling minimal.

Gambar 3 menunjukkan orbit sejati (Kartesian tiga dimensi) yang mengimplementasikan persamaan (3) dengan nilai koefisien-koefisiennya adalah

Tabel 3. Hasil perhitungan kecepatan sudut orbit ($d\theta/dt$) dan konstanta luas C .

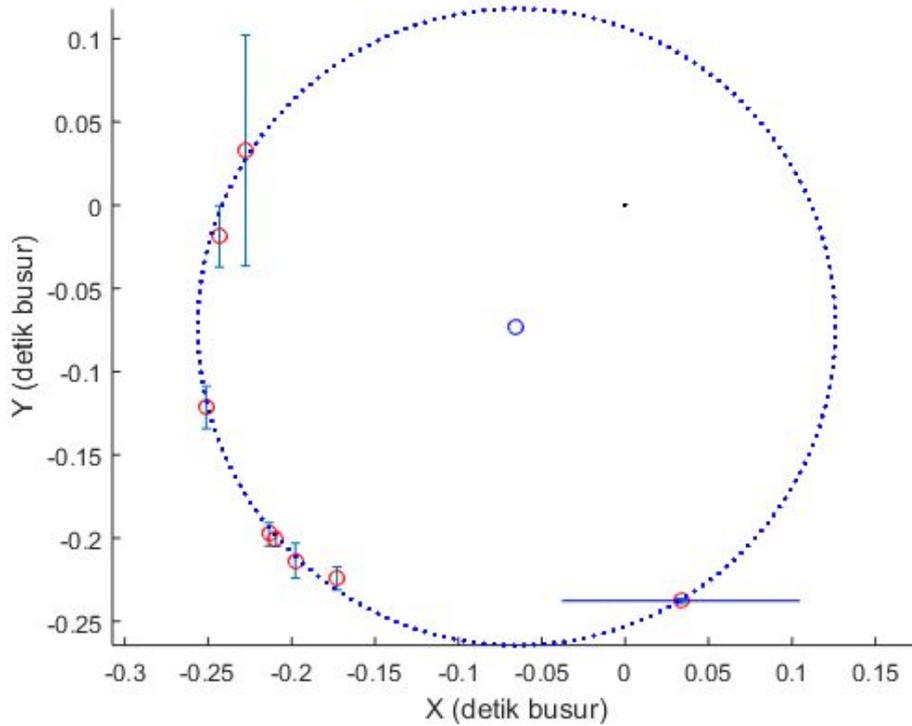
θ (°)	$d\theta/dt$ (°/tahun)	C
172,0	$8,200 \pm 0,296$	$4,723 \pm 0,170$
217,6	$-0,959 \pm 0,001$	$0,768 \pm 0,001$
222,8	$0,846 \pm 0,004$	$0,717 \pm 0,003$
226,2	$-3,217 \pm 0,006$	$2,706 \pm 0,005$
227,2	$-3,236 \pm 0,008$	$2,740 \pm 0,007$
244,2	$0,770 \pm 0,002$	$0,599 \pm 0,001$
265,6	$8,200 \pm 0,002$	$4,723 \pm 0,001$
278,2	$-0,959 \pm 0,003$	$0,768 \pm 0,002$

Tabel 4. Nilai koefisien-koefisien elips proyeksi hasil SDP.

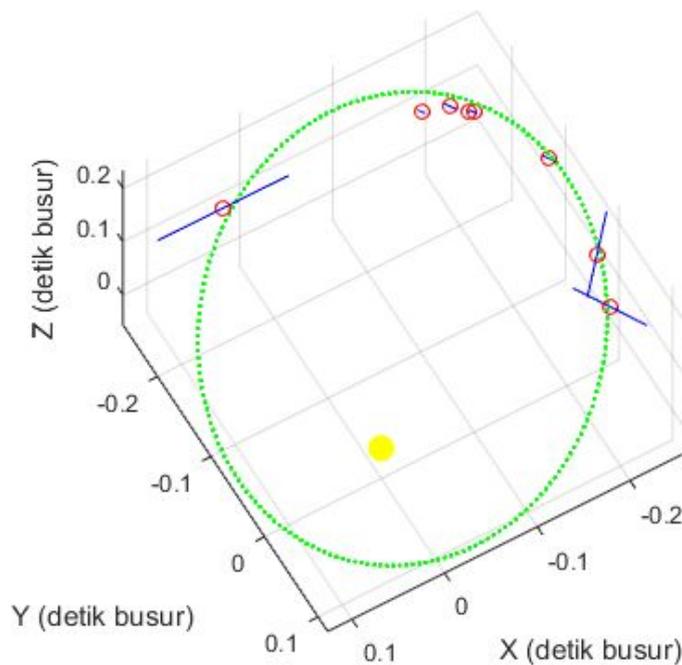
Koefisien	Nilai
A'	$0,50 \pm 0,02$
B'	$0,50 \pm 0,02$
G'	$(3,40 \pm 0,11) \times 10^{-8}$
H'	$(3,20 \pm 0,10) \times 10^{-7}$
F'	$(3,50 \pm 0,11) \times 10^{-7}$
L'	$(-3,20 \pm 0,10) \times 10^{-13}$

transformasi dari koefisien-koefisien pada Tabel 4 (Naufal, 2017). Sumbu z positif mengarah ke pengamat di Bumi dan arah utara bidang langit ditunjukkan dengan sumbu y positif. Nilai ketidakpastian pada orbit sejati ini juga cukup kecil sehingga tidak tergambar dengan jelas pada Gambar 3.

Metode Kowalsky diaplikasikan menggunakan nilai koefisien-koefisien persamaan (3) untuk mendapatkan nilai-nilai elemen orbit sejati yang ditampilkan pada Tabel 5. Nilai elemen orbit ini kemudian dibandingkan dengan rujukan (Cvetkovic et al., 2016).



Gambar 2. Orbit proyeksi (titik-titik melingkar) sistem bintang ganda HDS 430 hasil SDP dalam koordinat Kartesian. Lingkaran kosong adalah titik-titik data tampak atau pengamatan pada Tabel 2. Titik asal (0,0) merupakan titik fokus elips yang merupakan posisi bintang primer, sedangkan lingkaran biru adalah lokasi pusat elips.



Gambar 3. Orbit sejati (titik-titik melingkar) sistem bintang ganda HDS 430 hasil penerapan metode Kowalsky pada koordinat Kartesian. Keterangan gambar sama dengan pada Gambar 2.

Tabel 5. Nilai elemen orbit HDS 430 hasil studi ini dan hasil dari Cvetkovic *et al.* (2016).

Elemen Orbit	Hasil Studi Ini	Hasil Cvetkovic <i>et al.</i> (2016)
Ω ($^{\circ}$)	$138,354 \pm 0,717$	$54,5 \pm 1,1$
i ($^{\circ}$)	$30,833 \pm 0,324$	$41,2 \pm 0,7$
ω ($^{\circ}$)	$270,000 \pm 1,059$	$313,4 \pm 3,3$
e	$0,512 \pm 0,054$	$0,091 \pm 0,007$
a (detikbusur)	$0,223 \pm 0,001$	$0,2732 \pm 0,0033$
P (tahun)	$53,531 \pm 0,186$	$54,695 \pm 0,881$
T (tahun)	$2005,700 \pm 0,874$	$2021,606 \pm 0,576$

Perbandingan hasil pada Tabel 5 memperlihatkan perbedaan yang mencolok pada nilai Ω , ω , dan e . Perbedaan ini dapat muncul akibat perbedaan metode yang digunakan untuk mendapatkan koefisien elips proyeksi. Metode yang digunakan pada Cvetkovic *et al.*, (2016) melibatkan penambahan data fiktif untuk mengakomodasi titik data yang mengelompok atau dengan melakukan ekstrapolasi. Sedangkan dalam studi ini, data yang digunakan murni dari data pengamatan yang tersedia.

Pada studi ini, jumlah data yang digunakan terbatas, hanya delapan titik, yang bagi metode tertentu berpengaruh pada hasil perhitungan. Metode SDP berperan dominan dalam mendapatkan elips proyeksi terbaik meskipun persebaran data mengelompok pada satu kuadran saja (Naufal, 2017). Hasil pada Gambar 2 telah mengindikasikan bahwa elips sejati akan memiliki nilai e yang besar, sehingga nilai e pada Tabel 5 diyakini valid meskipun sangat berbeda dengan hasil yang didapatkan Cvetkovic *et al.* (2016). Nilai suatu elemen orbit mempengaruhi besar nilai pada elemen orbit lainnya.

Metode SDP memberikan elips proyeksi terbaik secara cepat meskipun dengan data yang sedikit dan sebaran data yang mengelompok pada satu kuadran saja, sehingga dapat diaplikasikan pada data yang lebih banyak dengan sebaran yang lebih luas. Selain itu, metode ini juga dapat memberikan elips proyeksi langsung dari titik data pengamatan, tanpa menambahkan data

Tabel 6. Nilai paralaks (p) dan massa komponen (M_1 dan M_2) dari sistem HDS 430.

Parameter	Hasil Studi Ini	Hasil Cvetkovic <i>et al.</i> (2016)
p (mas)	$13,17 \pm 1,47$	$15,60 \pm 0,44$
M_1 (M_{\odot})	$1,05 \pm 0,12$	1,30
M_2 (M_{\odot})	$0,79 \pm 0,09$	0,97
$M_1 + M_2$	$1,83 \pm 0,15$	$2,12 \pm 0,47$

fiktif untuk mengakomodasi wilayah sebaran data yang kosong. Apabila semakin banyak data yang digunakan dengan jangkauan kuadran yang luas maka hasil perhitungan elemen orbit akan menjadi lebih baik/akurat. Hasil perhitungan iteratif p , M_1 , dan M_2 menggunakan skema paralaks dinamika diberikan pada Tabel 6.

4. Kesimpulan

Penentuan elemen orbit bintang ganda WDS 03264+3520 atau HDS 430 dapat dilakukan dengan metode *Semi-Definite Programming* dan menghasilkan solusi tunggal. Perbandingan elemen orbit hasil penerapan metode SDP dengan rujukan (Cvetkovic *et al.*, 2016) menunjukkan perbedaan pada beberapa nilai elemen. Walaupun demikian, metode ini dapat memberikan elips proyeksi terbaik secara cepat meskipun dengan data yang sedikit dan sebaran yang mengelompok pada satu kuadran saja, sehingga dapat diaplikasikan

pada data yang lebih banyak dengan sebaran yang lebih luas.

Selain itu, metode ini juga dapat memberikan elips proyeksi langsung dari titik data pengamatan, tanpa menambahkan data fiktif untuk mengakomodasi wilayah sebaran data yang kosong. Semakin banyak data yang digunakan dengan jangkauan kuadran yang luas maka hasil perhitungan elemen orbit menjadi lebih baik/akurat.

Nilai massa bintang ganda HDS 430 sedikit lebih rendah daripada rujukan (Cvetkovic *et al.*, 2016), yakni sebesar $1,05 \pm 0,12 M_{\odot}$ untuk massa bintang pertama dan $0,79 \pm 0,09 M_{\odot}$ untuk massa bintang kedua. Sementara hasil Cvetkovic *et al.*, (2016) untuk massa bintang pertama dan kedua masing-masing adalah 1,30 M dan 0,97 M. Perbedaan ini bukan akibat efek komputasi, melainkan karena adanya perbedaan cara memperoleh nilai BC, yang berakibat pada perbedaan nilai massa bintang.

Bertambah majunya teknologi instrumentasi observasi astronomi, khususnya untuk bintang ganda, membuat perolehan data orbit dan fisis bintang ganda dengan paralaks menjadi semakin cermat. Dengan demikian penentuan massa bintang ganda juga bisa dilakukan dengan lebih akurat.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Alm. Bapak Suryadi Siregar yang telah menjadi dosen pengampu mata kuliah Metodologi Penelitian sehingga penulis dapat menulis makalah ilmiah ini.

Pernyataan Kontribusi

A.Z. Rozzykin dan A.D. Pangestu merupakan kontributor utama yang merancang penelitian, menulis sebagian besar makalah, dan melakukan analisis data. B. Dermawan berkontribusi dalam pemantapan teori, proses pengolahan data, dan analisis data.

Rujukan

Aladin Sky Atlas, diakses melalui <http://aladin.u-strasbg.fr/AladinLite/> pada 21 Desember 2017.
Asada, H., Akasaka, T., Kudoh, K. (2007). Simplified Solution to Determination of

a Binary Orbit. *The Astronomical Journal*, 133, 1243-1246.

- Balega, I. I. *et al.* (2002). Speckle Interferometry of Nearby Multiple Stars. *Astronomy & Astrophysics*, 385, 87-93.
- Balega, I. I. *et al.* (2007). Speckle Interferometry of Nearby Multiple Stars. IV. Measurements in 2004 and New Orbits. *Astrophysical Bulletin*, 62, 339-351.
- Branham, R. L. (2009). Double Star Orbits with Semi-Definite Programming and Alternatives. *Astronomy & Astrophysics*, 507, 1107-1115.
- Branham, R. L. (2017). A Three-Dimensional Orbit for the Binary Star Alpha Andromedae. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 464, 1095-1101.
- Calafiore, G. (2002). Approximation of n-Dimensional Data Using Spherical and Ellipsoidal Primitives. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans*, 32, 269-278.
- Cox, A. N. (2002). *Allen's Astrophysical Quantities Fourth Edition*. Los Alamos, Springer.
- Cvetkovic, Z., Pavlovic, R., Ninkovic, S. (2016). Orbits for Nine Binaries and One Linear Solution. *The Astronomical Journal*, 151, 83 (11pp).
- ESA (1997). *The Hipparcos and Tycho Catalogues*. Noordwijk, European Space Agency.
- Grant, M. C., Boyd, S. P. (2017). *The CVX User's Guide Release 2.1*. CVX Research Inc.
- Horch, E. P. *et al.* (2002). Speckle Observations of Binary Stars with The Wiyen Telescope. II. Relative Astrometry Measures During 1998-2000. *The Astronomical Journal*, 123, 3442-3459.
- Horch, E. P. *et al.* (2012). Speckle Observations of Binary Stars with The Wiyen Telescope. VII. Measures During 2008-2009. *The Astronomical Journal*, 143, 10 (10pp).
- Naufal, F. Z. (2017). *Perhitungan Elemen Orbit Asteroid Menggunakan Metode Semi-Definite Programming*. Tugas Akhir Sarjana Astronomi ITB.

- Nurmi, P. (2005). Galaxy Simulations of Visual Binary Stars, *Proceedings of the Gaia Symposium "The Three-Dimensional Universe with Gaia"*. Paris, 4-7 Oktober 2004.
- Orlov, V. G. *et al.* (2011). Speckle Interferometry at the Observatorio Astronomico Nacional. III. *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, 47, 211-217.
- Siregar, S. (2014). *Teori & Komputasi Orbit Bintang Ganda Visual*. Bandung, Program Studi Astronomi ITB.
- Smart, W. M. (1986). *Spherical Astronomy*. Cambridge, Cambridge Univ. Press.

