

PERIODE-LUMINOSITAS CEPHEID DAN KOREKSI BOLOMETRIK BINTANG DERET UTAMA : METODOLOGI DAN HASIL

Avivah Yaman R, S. Siregar
e-mail: avivahy@gmail.com, e-mail: suryadi@as.itb.ac.id
Peneliti Departemen Astronomi ITB

ABSTRACT

Cepheids variable stars define as instance ladder candle, especially for local galaxies. In this paper, we derive Luminosity-Period relation. We estimate the model base on distribution pattern of M_v versus $\log P$. Primary data taken from Storm et. al. (2004). Least squares methods being used to estimate regression coefficients. In our work, we find $M_v = -2.83 \log P - 1.3$ for Galactic Cepheids and $M_v = -6.69 \log P + 3.38$ for Small Magellanic Cloud. We discuss the factors that make the gradient separation with previous results. Bolometric correction we use here are from the main sequence stars (Cox, 2000). We use least squares method to fit while regression correction estimate with Cramer methods. Regression equation that we have is :
$$BC = -8.96(\log T_{eff})^2 + 70.23 \log 7^{\wedge} - 137.83$$

ABSTRAK

Bintang variabel Cepheids dikenal sebagai lilin penentu jarak, terutama untuk galaksi-galaksi lokal. Dalam pekerjaan ini diturunkan hubungan Periode-Luminositas Cepheid. Pemodelan ditentukan berdasarkan pola distribusi M_v versus $\log P$. Data primer diambil dari Storm et.al (2004). *Metode least squares* digunakan untuk menentukan koefisien regresi. Hasil yang diperoleh adalah $M_v = -2.83 \log P - 1.3$ sedangkan untuk Galactic Cepheids dan $M_v = -6.69 \log P + 3.38$ untuk *Small Magellanic Cloud*. Didiskusikan juga faktor yang menyebabkan perbedaan gradient dari penelitian sebelumnya. Koreksi bolometrik digunakan dari bintang uji deret utama (Cox, 2000) *Fitting* dilakukan dengan *Metode Least Squares* sedangkan koefisien regresi ditentukan dengan metode Cramer. Persamaan regresi yang diperoleh, adalah

$$BC = -8.96(\log 7;_{\#})^2 + 70.23 \log T_{eff} - 137.83$$

Kata Kunci : *Cepheid, Koreksi Bolometrik, Metode Least Squares*

1 PENDAHULUAN

Cepheid merupakan bintang variabel yang namanya diambil dari bintang sejenis yakni bintang 5 Cephei (RA. $22^{\text{h}}29^{\text{m}}12^{\text{s}}$ Dec. $+58^{\circ} 25' 8''$). Pada tahun 1784, John Goodrick, seorang astronom amatir melihat adanya perubahan berkala pada cahaya bintang tersebut. Seabad kemudian pada tahun 1894, Belopolsky menemukan kecepatan radial bintang ini berubah secara berkala mengikuti perubahannya.

Cepheid merupakan bintang variabel yang memiliki kecerlangan tinggi dan berdenyut dalam arah radial. Henrietta Swan Leavitt, dari Observatorium Harvard, mengamati plat-plat foto pada Awan Magellan Kecil (*Small Magellanic Cloud*, selanjutnya akan disingkat dengan SMC) yang berasal dari pengamatan tahun 1893 hingga 1906 dan menghasilkan katalog yang terdiri dari 1777 bintang variabel di SMC. Dari katalog tersebut ditemukan adanya korelasi antara periode denyutan Cepheid dengan Luminositasnya. Dia kemudian memberikan sebuah formula yang dikenal sebagai Hubungan Periode-Luminositas (Pickering, 1912). Dari hubungan periode-luminositas dapat ditentukan magnitudo absolut Cepheid dari periode denyutannya. Jarak bintang dapat dihitung dengan menggunakan rumus modulus jarak. Sampai saat ini, bintang variabel Cepheid merupakan indikator utama yang sering digunakan dalam menentukan jarak galaksi lokal. Kalibrasi yang dilakukan Ejnar Herzprung memperlihatkan adanya hubungan linear dalam Hubungan Periode Luminositas Cepheid, yakni

$$M_V = -0.6 \cdot 2.5 \log P \quad (1-1)$$

Pekerjaan ini, selain menelaah Variabel Cepheid, juga membahas mengenai koreksi Bolometrik (akronim, BC). Dalam pengamatan, sering kali magnitudo yang diukur, hanya berada pada panjang gelombang tertentu saja. Walaupun magnitudo tersebut bisa memberikan gambaran sebaran energi spektrum bintang, namun belum bisa memberikan gambaran seluruh energi yang dipancarkan bintang, untuk itu didefinisikan magnitudo bolometrik yang menyatakan magnitudo bintang pada seluruh panjang gelombang. Kelemahannya, magnitudo bolometrik sulit ditentukan, karena beberapa panjang gelombang tak dapat menembus atmosfer Bumi. Salah satu cara yang dipakai untuk menentukan magnitudo bolometrik adalah dengan memberikan koreksi pada magnitudo visualnya, dengan

$$BC = V - m_V \quad (1-2)$$

Bagaimana hubungan Cepheid dan Koreksi Bolometrik? Makalah ini mencoba memperlihatkan bentuk lain hubungan Periode-Luminositas untuk Cepheid yang terdapat pada Galaktik dan SMC, dan juga memperlihatkan hubungan antara Koreksi Bolometrik dengan temperatur dan hubungannya dengan warna bintang.

2 METODOLOGI

2.1 Hubungan Periode-Luminositas Variabel Cepheid

Hubungan Periode-Luminositas bintang variabel Cepheid dapat ditentukan secara teori dengan melihat hubungan antara periode perubahan cahaya dan rapat massa bintang sebagai berikut

$$P^2 \rho = \text{konstan} \quad (2-1)$$

dengan

P adalah periode denyutan bintang

ρ adalah rapat massa bintang

Dari hubungan ini, terlihat semakin kecil kerapatan sistem, periodenya akan semakin panjang, sedang denyutannya akan makin lambat.

Pada umumnya, bintang berkerapatan kecil adalah bintang berukuran besar, yang juga memiliki luminositas besar. Jadi bisa diharapkan bintang variabel Cepheid yang luminositasnya besar, akan berubah cahayanya dengan periode yang besar juga.

Hubungan periode denyutan Cepheid dengan luminositas warna ditentukan dengan menggunakan Hukum Stefan Boltzman :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (2-2)$$

Jika diekspresikan dalam magnitudo, hukum Stefan menjadi;

$$M_{\text{bol}} = -5 \log R - 10 \log T_{\text{eff}} + C \quad (2-3)$$

Menurut Sandage (1958) dari hubungan (1-1) serta kaitannya dengan Temperatur efektif, dapat diperoleh dengan pendekatan terhadap hubungan non linear untuk hubungan temperatur dan kelas spektrum Morgan Keenan, serta hubungan antara kelas spektrum dan warna, dengan pernyataan:

$$M_V = \alpha \log P + \beta(B-V)_0 + \gamma \quad (2-4)$$

Hubungan Periode Luminositas Cepheid dalam bidang (Log L, Log P) memberikan :

$$M_V = \delta \log P + \rho \quad (2-5)$$

yang menunjukkan adanya hubungan linear antara periode dan luminositas Cepheid. Hubungan ini akan diperlihatkan dalam plot data Cepheid Galaksi Bima Sakti dan Awan Magelan Kecil yang dihasilkan dari fotometri.

2.2 Koreksi Bolometrik untuk Temperatur atau Warna Bintang

Magnitudo bolometrik sulit ditentukan, karena beberapa panjang gelombang tak dapat menembus atmosfer bumi. Hal ini terlihat pada bintang yang panas dan dingin, dimana sebagian besar energinya dipancarkan pada

daerah ultraungu dan inframerah yang tak dapat menembus atmosfer Bumi. Salah satu cara yang digunakan untuk menentukan magnitudo bolometrik adalah dengan mengoreksi magnitudo visualnya. Magnitudo visual diberikan oleh :

$$V = -2.5 \log E_V + C_V \quad (2-6)$$

Hubungan magnitudo bolometrik dan magnitudo visual diberikan oleh :

$$V - m_{bol} = -2.5 \log E_V / E_{bol} + C \quad (2-7)$$

atau

$$BC = -2.5 \log E_V / E_{bol} + C \quad (2-8)$$

BC merupakan koreksi bolometrik yang harganya bergantung pada temperatur atau warna bintang. Koreksi Bolometrik akan besar untuk bintang-bintang yang sangat panas atau sangat dingin.

2.3 Metode Least Squares

Untuk mendapatkan hubungan antara periode-luminositas pada bintang Variabel Cepheid digunakan metode *Least Squares Line*, untuk *linear fitting*. Sedangkan untuk mendapatkan hubungan koreksi bolometrik dengan temperatur maupun dengan warna bintang, digunakan metode *Least Squares Curves* untuk *polynomial fitting*.

Persamaan garis lurus, adalah $y = Ax + B$ dalam hal ini A dan B merupakan konstanta. Nilai A menyatakan *slope/gradient* garis lurus tersebut terhadap absis x, dengan data pengamatan, $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^N$ dan N merupakan jumlah titik data yang dimiliki. Jumlah kuadrat pada jarak vertikal $E(A,B)$ untuk semua data harus minimum :

$$E(A, B) = \sum_{k=1}^N (Ax_k + B - y_k)^2 = \sum_{k=1}^N d_k^2 \quad (2-9)$$

Nilai minimum $E(A, B)$ ditentukan dengan syarat $\partial E / \partial A$ dan $\partial E / \partial B$ berharga nol. Ingat juga $\{x_k\}$ dan $\{y_k\}$ berharga konstan pada persamaan (2-9) sedangkan A dan B merupakan variabel. Untuk B tetap, penurunan $E(A, B)$ memberikan :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(A, B)}{\partial A} &= \sum_{k=1}^N 2(Ax_k + B - y_k) (x_k) \\ &= 2 \sum_{k=1}^N (Ax_k^2 + Bx_k - x_k y_k) \end{aligned} \quad (2-10)$$

Untuk A tetap, penurunan $E(A, B)$ memberikan :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E(A, B)}{\partial B} &= \sum_{k=1}^N 2(Ax_k + B - y_k) \\ &= 2 \sum_{k=1}^N (Ax_k + B - y_k)\end{aligned}\quad (2-11)$$

Dengan mengambil harga nol pada persamaan (2-10) dan (2-11). Maka solusi untuk sistem linearinya dapat dicari dari persamaan normal:

$$\begin{aligned}\left(\sum_{k=1}^N x_k^2 \right) A + \left(\sum_{k=1}^N x_k \right) B &= \sum_{k=1}^N x_k y_k \\ \left(\sum_{k=1}^N x_k \right) A + NB &= \sum_{k=1}^N y_k\end{aligned}\quad (2-12)$$

Untuk memecahkan persamaan linear dengan matriks 2×2 , gunakan aturan Cramer. Persamaan yang akan digunakan adalah *Least Squares Parabola*, adalah persamaan kuadrat :

$$y = Ax^2 + Bx + C \quad (2-13)$$

dengan data, $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^N$ dan N merupakan jumlah titik data yang dimiliki. Koefisien A, B dan C yang dicari harus membuat $E(A, B, C)$ menjadi minimal, dalam hal ini :

$$E(A, B, C) = \sum (Ax_k^2 + Bx_k + C - y_k)^2 \quad (2-14)$$

Dengan mengambil syarat :

$$\frac{\partial E(A, B, C)}{\partial A} = 0 \quad (2-15)$$

$$\frac{\partial E(A, B, C)}{\partial B} = 0 \quad (2-16)$$

$$\frac{\partial E(A, B, C)}{\partial C} = 0 \quad (2-17)$$

Nilai A, B dan C dapat dicari dari sistem persamaan linearinya :

$$\begin{aligned}\left(\sum_{k=1}^N x_k^4 \right) A + \left(\sum_{k=1}^N x_k^3 \right) B + \left(\sum_{k=1}^N x_k^2 \right) C &= \sum_{k=1}^N y_k x_k^2, \\ \left(\sum_{k=1}^N x_k^3 \right) A + \left(\sum_{k=1}^N x_k^2 \right) B + \left(\sum_{k=1}^N x_k \right) C &= \sum_{k=1}^N y_k x_k, \\ \left(\sum_{k=1}^N x_k^2 \right) A + \left(\sum_{k=1}^N x_k \right) B + NC &= \sum_{k=1}^N y_k\end{aligned}\quad (2-18)$$

Untuk mendapatkan solusi A, B dan C dalam makalah ini digunakan Iterasi Gauss-Seidel.

Iterasi Gauss-Seidel (vide; Mathews, 1992) digunakan untuk memecahkan solusi persamaan linear $AX = B$ yang dihasilkan oleh *least squares*. SPL dalam least squares parabola merupakan matriks $N \times N$, untuk itu kasus ini aturan Cramer tidak lagi dipilih sebagai solusi utama, melainkan digunakan iterasi Gauss Seidel. Pada SPL $AP = B$, A merupakan matriks,

$$N \times N \left| a_{k,k} \right| \left| a_{k,1} \right| + \dots + \left| a_{k,k-1} \right| + \left| a_{k,k+1} \right| + \dots + \left| a_{k,N} \right| \text{ Untuk } k=1, N \quad (2-19)$$

Ini berarti, setiap baris dari matriks tersebut, besaran koefisien diagonalnya harus melebihi jumlah harga koefisien lainnya dalam baris tersebut. Andaikan, SPL yang diberikan, adalah

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,j}x_j + \dots + a_{1,N}x_N &= b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \dots + a_{2,j}x_j + \dots + a_{2,N}x_N &= b_2 \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{j,1}x_1 + a_{j,2}x_2 + \dots + a_{j,j}x_j + \dots + a_{j,N}x_N &= b_j \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{N,1}x_1 + a_{N,2}x_2 + \dots + a_{N,j}x_j + \dots + a_{N,N}x_N &= b_N \end{aligned} \quad (2-20)$$

Buat titik ke- k menjadi :

$$P_k = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_j^{(k)}, \dots, x_N^{(k)}) ;$$

Maka titik berikutnya adalah :

$$P_{k+1} = (x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_j^{(k+1)}, \dots, x_N^{(k+1)}).$$

Dalam formula iterasi baris j digunakan untuk memecahkan x_j^{k+1} dalam bentuk kombinasi linear dari $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{j-1}^{(k)}, x_{j+1}^{(k)}, \dots, x_N^{(k)}$, yang merupakan harga sebelumnya. Dengan menggunakan iterasi Gauss Seidel, koordinat baru tersebut menjadi :

$$x_j^{(k+1)} = \frac{b_j - a_{j,1}x_1^{(k+1)} - \dots - a_{j,j-1}x_{j-1}^{(k+1)} - a_{j,j+1}x_{j+1}^{(k+1)} - \dots - a_{j,N}x_N^{(k)}}{a_{j,j}} \quad (2-21)$$

$$j=1,2,\dots,N$$

$$7=1,2,\dots,iV$$

Anggap matriks A dominant secara diagonal, maka $AX = B$ akan memiliki solusi unik, yakni $X = P$ dan persamaan akan menjadi $AP = B$. Solusi dimulai dengan $P_0 = 0$ dan akan menghasilkan deret $\{P_k\}$ yang konvergen dengan solusi P.

Dalam melakukan iterasi, yang dicari adalah titik terdekat dengan titik-titik data yang di-fitting. Pengukuran untuk mendapatkan titik terdekat diperlukan untuk menentukan apakah $\{\mathbf{P}_k\}$ konvergen dengan \mathbf{P} . Jarak Euclidian antara :

$\mathbf{P} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ dan $\mathbf{Q} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$
adalah :

$$D(\mathbf{P} - \mathbf{Q}) = [(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_N - y_N)^2]^{1/2} \quad (2-22)$$

Untuk mendapatkan separasi antar dua titik, digunakan $\|\mathbf{X}\|_1$.

$$\|\mathbf{X}\|_1 = \sum_{j=1}^N |x_j| \quad (2-23)$$

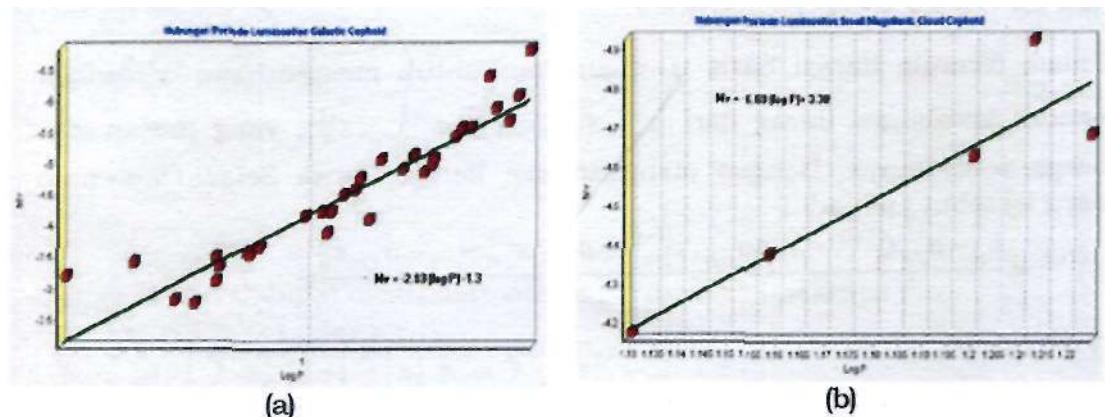
3 DATA DAN ANALISIS

3.1 Hubungan Periode Luminositas *Galactic Cepheids* dan *SMC Cepheids*

Dalam pekerjaan ini digunakan data *Galactic Cepheids* dan *SMC Cepheid* dari pekerjaan Storm et. al (2004). Data tersebut terdiri dari 34 *Galactic Cepheid* dan 5 Variabel *Cepheid* dari *SMC*. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Tabel 3-1 dan Tabel 3-2.

Fitting data dilakukan dengan menggunakan metode *Least Squares Line* karena rajah (plot) M_v versus $\log P$ menunjukkan hubungan linear antara Periode dan Luminositas. Untuk *Galactic Cepheids* persamaan regresi yang diperoleh mempunyai bentuk (Gambar 3-1a):

$$M_p = -2.83 \log P - 1.3 \quad (3-1)$$



Gambar 3-1a,b: Hubungan PL *Galactic Cepheids*, Hubungan PL *SMC*

Tabel 3-1: GALACTIC CEPHEID UNTUK DAERAH PERMUKAAN *near-IR*
(STORM et.al 2004)

No."	ID	HD	SAO	RA (h m s)	Dec (dm)	Log P	My. 1
1	SUCas	17463		02 47 28.88	68 40	0.289884	-3.140
2	EVSct			18 33 57.00	-08 13	0.490098	-3.345
3	BFOph	154365	185020	17 02 59.00	-26 30	0.609329	-2.750
4	TVel	73678	220208	08 36 03.00	-47 11	0.666501	-2.692
5	6Cep	213306	34508	22 27 18.53	58 09	0.729678	-3.431
6	CVMon			06 34 27.00	03 06	0.730685	-3.038
7	VCen	127297	241777	14 28 56.92	-56 40	0.739882	-3.295
8	BBSgr	174383	187349	18 48 02.00	-20 21	0.821971	-3.518
9	USgr	170764	161571	18 28 57.00	-19 09	0.828997	-3.477
10	iIAql	187929	125159	19 49 55.50	00 52	0.855930	-3.581
11	SNor			16 14 42.00	-57 46	0.989194	-4.101
12	XXCen	118769	241049	13 37 01.12	-57 21	1.039548	-4.154
13	V340 Nor		243446	16 09 21.30	-54 07	1.052579	-3.814
14	UUMus	103137		11 49 50.00	-65 07	1.065819	-4.159
15	UNor	139717		15 38 28.00	-55 09	1.101875	-4.415
16	BNPup			08 04 21.00	-29 57	1.135867	-4.513
17	LSPup			07 56 58.00	-29 10	1.150646	-4.685
18	VWCen			13 30 31.00	-63 47	1.177138	-4.037
19	XCyg	197572	70423	20 41 26.60	35 24	1.214482	-4.991
20	VYCar	93203	238416	10 42 33.28	-57 18	1.276818	-4.846
21	RYSco			17 47 34.00	-33 41	1.307927	-5.372
22	RZVel	73502	220186	08 35 18.00	-43 56	1.309564	-5.019
23	WZSRT	167660	161257	18 14 03.00	-19 05	1.339443	-5.009
24	WZCar	94777		10 53 19.00	-60 40	1.361977	-5.501
25	VZPup			07 36 35.00	-28 23	1.364945	-4.801
26	SWVel	74712	220356	08 42 0.00	-47 13	1.370016	-5.042
27	TMon	44990	113845	06 22 31.00	07 06	1.431915	-5.060
28	RYVel	89841	237949	10 18 48.00	-55 04	1.449158	-4.918
29	AQPup			07 56 21.00	-28 59	1.478624	-5.513
30	KNCeti			13 33 02.00	-64 18	1.531857	-6.328
31	ICar	84810	250683	09 43 52.35	-62 16	1.550855	-5.821
32	UCar	95109	238635	10 55 45.57	-59 27	1.589083	-5.617
33	RSPup			08 11 09.00	-34 25	1.617420	-6.015
34	SVVul	187921	87829	19 49 28.00	27 19	1.653162	-6.752

Tabel 3-2: SMC CEPHEID

No.	* ID	Log P	-•.Mv- *C
1.	HV 1345	1.129638	-4.166
2.	HV 1335	1.157807	-4.365
3.	HV 1328	1.199645	-4.617
4.	HV 1333	1.212014	-4.913
5.	HV 822	1.223810	-4.673

Hubungan periode luminositas yang diperoleh untuk SMC (Gambar 3-1b):

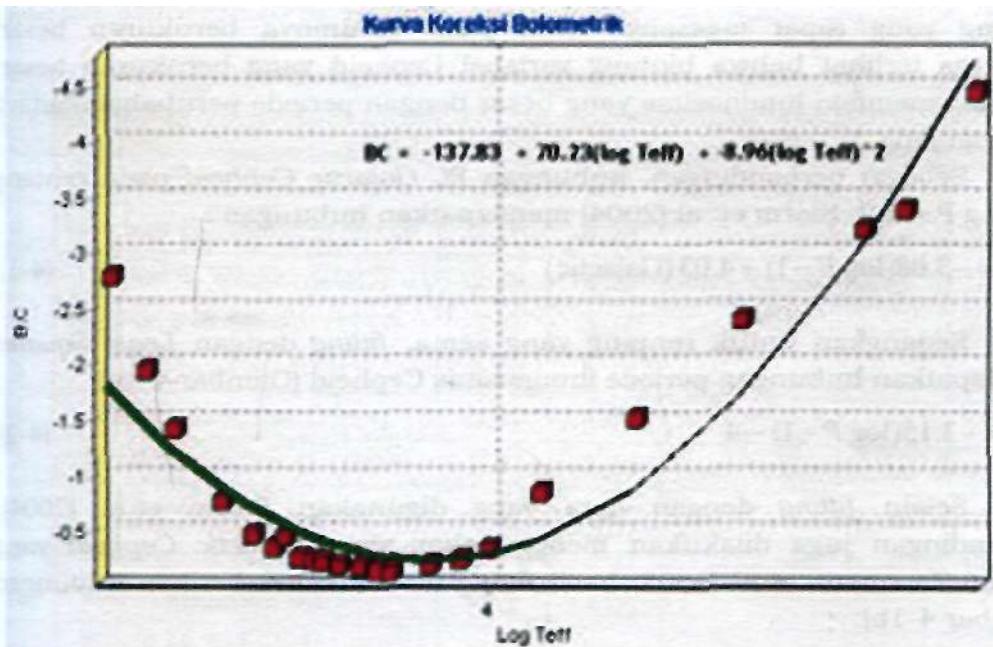
$$M_v = -6.69 \log P + 3.38 \quad (3-2)$$

3.2 Koreksi Bolometrik

Koreksi bolometrik bergantung pada temperatur atau warna bintang. Hal ini bisa ditunjukkan lewat kurva koreksi bolometrik. Pada pekerjaan ini bintang uji diambil dari kelompok bintang Deret Utama, seperti pada Tabel 3-3, sedang hubungan koreksi bolometrik terhadap temperatur bintang dapat dilihat pada Gambar 3-2.

Tabel 3-3 : BINTANG DERET UTAMA (COX, 2000)

No.	Sp	B – V	Teff	BC
1.	O5	-0.33	42000	-4.40
2.	O9	-0.31	34000	-3.33
3.	BO	-0.30	30000	-3.16
4.	B2	-0.24	20900	-2.35
5.	B5	-0.17	15200	-1.46
6.	B8	-0.11	11400	-0.80
7.	AO	-0.02	9790	-0.30
8.	A2	0.05	9000	-0.20
9.	A5	0.15	8180	-0.15
10.	FO	0.30	7300	-0.09
11.	F2	0.35	7000	-0.11
12.	F5	0.44	6650	-0.14
13.	F8	0.52	6250	-0.16
14.	GO	0.58	5940	-0.18
15.	G2	0.63	5790	-0.20
16.	G5	0.68	5560	-0.21
17.	G8	0.74	5310	-0.40
18.	KO	0.81	5150	-0.31
19.	K2	0.91	4830	-0.42
20.	K5	1.15	4410	-0.72
21.	MO	1.40	3840	-1.38
22.	M2	1.49	3520	-1.89
23.	M5	1.64	3170	-2.73



Gambar 3-2: Hubungan koreksi bolometrik terhadap temperatur bintang

Hubungan BC dengan temperatur dinyatakan dengan pendekatan fungsi kuadrat :

$$BC = -8.96(\log T_{\text{eff}})^2 + 70.23 \log T_{\text{eff}} - 137.83 \quad (3-3)$$

Temperatur merupakan parameter yang menunjukkan kelas spektrum bintang. Kurva koreksi bolometrik, didekati dengan fungsi kuadrat.

4 DISKUSI

Dari hubungan periode luminositas pada kedua Cepheid, [persamaan 3-1 dan 3-2] :

$$M_V = -2.83 \log P - 1.3 \text{ (Galactic)}$$

$$M_V = -6.69 \log P + 3.38 \text{ (SMC)}$$

Tampak perbedaan gradient Galactic Cepheid dibanding SMC. Hal ini boleh jadi karena adanya perbedaan kandungan logam kedua kelompok (Storm et. al. 2004). Telaah detil tentang hal ini diberikan oleh Tammann et. al., (2003), namun Udalski et. al. (2001) menyangkal adanya pengaruh kandungan logam pada kemiringan hubungan Periode-Luminositas.

Dari Gambar 3-1, terlihat semakin besar periodenya maka luminositasnya makin besar. Jika dikaitkan dengan kerapatannya maka dari persamaan 2-1 terlihat rapat massa bintang makin kecil jika periodenya makin besar. Bintang dengan periode besar memiliki denyutan yang lambat. Selain itu

bintang yang rapat massanya kecil pada umumnya berukuran besar. Sehingga terlihat bahwa bintang variabel Cepheid yang berukuran besar, memang memiliki luminositas yang besar dengan periode perubahan cahaya yang panjang.

Sebagai perbandingan, hubungan PL *Galactic Cepheid* pada rentang $0.6 < \log P < 1.2$, Storm et. al (2004) mendapatkan hubungan :

$$M_y = -3.08(\log P - 1) - 4.03 \text{ (Galactic)} \quad (4-1)$$

Sedangkan untuk rentang yang sama, *fitting* dengan *Least Squares* mendapatkan hubungan periode luminositas Cepheid (Gambar 4-1a):

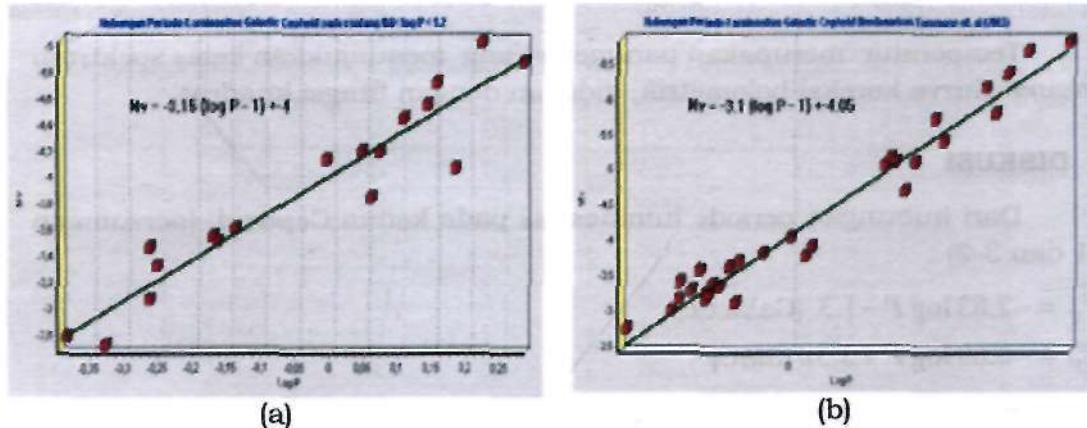
$$M_V = -3.15(\log P - 1) - 4 \quad (4-2)$$

Selain *fitting* dengan data yang digunakan Storm et.al (2004), perbandingan juga dilakukan menggunakan data *Galactic Cepheid* yang dipakai Tamman et.al (2003) hasil *fitting* tersebut memberikan hubungan (Gambar 4-1b):

$$M_V = -3.1(\log P - 1) - 4.05 \quad (4-3)$$

Sedangkan *fitting* yang dilakukan Tamman (2003) memberikan hasil :

$$M_V = -3.14(\log P - 1) - 3.97 \quad (4-4)$$



Gambar 4-1: a) Hubungan PL *Galactic Cepheids* untuk $0.6 < \log P < 1.2$
b) Hubungan PL *Galactic Cepheid* berdasarkan data yang digunakan Tamman et.al .2003

Perbandingan juga dilakukan oleh Tamman et. al. (2003) terhadap berbagai perhitungan hubungan PL Cepheid. (Tabel 4-1).

Tabel 4-1: HUBUNGAN PL GALACTIC CEPHBID DALAM BENTUK A (LOG P-1J+B)

No.	Authors	M_v		Ket
		a	$f: '-B.<$	
1.	Kraft (1961)	-2.54	-4.21	(vide Tammann et. al 2003)
2.	Sandage 8s Tammann (1968)	-2.76	-4.24	(vide Tammann et. al 2003)
3.	Feast & Walker (1987)	-2.78	-4.24	(vide Tammann et. al 2003)
4.	Madore & Freedman (1991)	-2.76	-4.16	(vide Tammann et. al 2003)
5.	Gierenetal. (1993)	-2.99	-4.36	(vide Tammann et. al 2003)
6.	Laney & Stobie (1994)	-2.87	-4.07	(vide Tammann et. al 2003)
7.	Feast & Catchpole (1997)	-2.81	-4.24	(vide Tammann et. al 2003)
8.	Gierenetal. (1998)	-2.77	-4.06	(vide Tammann et. al 2003)
9.	Tamman et. al (2003)	-3.14	-3.97	Tamman et. al (2003)
10.	Makalah ini	-3.1	-4.05	
11.	Storm et. al (2004) untuk $0.6 < \log P < 1.2$	-3.08	-4.03	Storm et.al 2004
12.	Makalah ini	-3.15	-4	

Perbedaan hubungan PL Cepheid bisa terjadi, karena hubungan PL yang diadopsi oleh beberapa peneliti sebelumnya, mengasumsikan Galaksi dan LMC (*Large Maggelanic Cloud*) memiliki kemiringan yang sama. Selain itu metode yang berbeda dan jumlah data yang digunakan dapat juga memberikan hasil yang berbeda.

Untuk kurva koreksi bolometrik, dari Gambar 4-1, tampak bahwa koreksi Bolometrik memiliki keterkaitan erat dengan temperatur dan warna, atau dengan kata lain BC sangat bergantung pada kelas spektrum bintang. Untuk bintang-bintang yang sangat panas atau dingin energi yang dipancarkan dominan pada daerah ultraviolet atau inframerah, sementara bintang yang temperaturnya diantara keduanya dipancarkan pada daerah visual. Untuk bintang-bintang yang sangat panas dan dingin akan memiliki BC yang kecil.

Tabel 4-2: DATA MAGNITUDO ABSOLUT CEPHEID DI OPEN CLUSTER
 (TAMMAN et. al. 2003)

i;Na§	Cepheid	1	b	Lc-gP	M_v
1.	EV Sct	23.97	-0.47	0.490	-2.683
2.	CEb Cas	116.56	-1.00	0.651	-3.338
3.	V1726 Cyg	92.51	-1.61	0.627	-2.925
4.	SZ Tau	179.49	-18.74	0.652	-3.095
5.	CFCas	116.58	-0.99	0.688	-3.209
6.	CEa Cas	116.56	-1.00	0.711	-3.504
7.	UY Per	135.94	-1.41	0.730	-3.137
, 8.	CV Mon	208.57	-1.79	0.731	-3.091
9.	QZ Nor	329.46	-2.12	0.733	-3.181
10.	VCen	316.44	3.31	0.740	-3.163
11.	_Umi	123.28	26.46	0.748	-3.297
12.	CSVel	277.09	-0.77	0.771	-3.269
13.	V367 Set	21.63	-0.83	0.799	-3.543
14.	BBSgr	14.67	-9.01	0.822	-3.040
15.	U Sgr	13.71	-4.46	0.829	-3.633
16.	DLCas	120.27	-2.55	0.903	-3.743
17.	SNor	327.75	-5.40	0.989	-3.981
18.	TWNor	330.36	0.30	1.033	-3.697
19.	V340 Nc-rd	329.75	-2.23	1.053	-3.828
20.	VY Car	286.55	1.21	1.277	-4.999
21.	RUSct	28.19	0.23	1.294	-5.087
22.	RZ Vel	262.88	-1.91	1.310	-5.038
23.	WZ Sgr	12.11	-1.32	1.339	-4.622
24.	SW Vel	266.19	-3.00	1.370	-5.030
25.	TMon	203.63	-2.55	1.432	-5.645
26.	KQSco	340.39	-0.75	1.458	-5.339
27.	UCar	289.06	0.04	1.589	-6.099
28.	RSPup	252.43	-0.19	1.617	-5.719
29.	SV Vul	63.95	0.32	1.653	-6.300
30.	GY Sge	54.94	-0.55	1.713	-6.606
31.	SVul	63.41	0.89	1.838	-6.740

Keterangan:

1 = bujur koordinat galaksi, b = lintang koordinat Galaksi, log P = logaritmik periode cepheid, M_v = magnitude- mutlak dalam panjang gelombang visual

5 KESIMPULAN

Pendekatan yang diberikan oleh metode *Least Squares* dalam *fitting* cukup baik untuk bisa menganalisis keterkaitan data yang ada. Dalam kasus Cepheid, tampak ada keterkaitan erat antara periode dan luminositas bintang Variabel cepheid. Keterkaitan ini saling bergantung satu sama lainnya. Dari perbandingan hasil *fitting* yang didapat dari Metode Least Squares dengan telaah sebelumnya, memperlihatkan adanya perbedaan kemiringan. Perbedaan bergantung pada derajat polinom yang diambil oleh setiap penulis. Selain itu efek selcksi pemilihan bintang serta jumlah data yang dipakai juga bisa menjadi faktor penyebab.

DAFTAR RUJUKAN

- Cox Arthur N., 2000. *Allen's: Astrophysical Quantities*. Springer Verlag. New York
- Mathews John H., 1992. *Numerical Methods for Mathematics, Science and Engineering*. Prentice Hall. New Jersey.
- Pickering E.C., 1912. *Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud*, Harvard.Circ 173: 1-3.
- Sandage A., 1958. *Current Problems in the Extragalactic Distance Scale*. ApJ 127: 513-26.
- Sandage A., G. A. Tammann dan B. Reindl, 2004. A&A 424, 43-71.
- Shu Frank, 1982. *The Physical Universe An introduction to Astronomy*. University Science Books, Mill Valey, California.
- Storm J., Bruce W. Carney, Wolfgang P. Gieren, Pascal Fouqu'e, David W. Latham, dan Anne M. Fry, 2004. A&A 415, 531.
- Tammann G. A., Sandage A., & B. Reindl, 2003. A&A. 404 : 423-451.
- Udalski A., Wyrzykowski L., M. Pietrzy'nski, et. al., 2001. *Acta Astronomica*, 51,221.