

PERHITUNGAN BEBAN KRITIS STRUKTUR PLASTIS DENGAN MENGGUNAKAN METODE SOUTHWELL

Darwin Sebayang
Peneliti Bidang Wahana Dirgantara, LAPAN

ABSTRACT

The structure of the cylinder can be found in the structure of a rocket, an aircraft or a chimney. The stability of the cylinder is very important to know the capability cylinder to support the load. It is required to give a load up to plastic region in order to optimize the load capability of the material. Therefore it is required to obtain the procedure to calculate the plastic buckling. Herewith it is shown the Southwell's Method to calculate the plastic buckling of the cylinder made of the non linear material. The approximation based on the Ramberg-Osgood is used to illustrate the stress-strain diagram. The diagram of Karman is used to obtain the Modulus of elasticity which is valid for the plastic region. The result based on this method are compared to the experimental data. The results are satisfactory. This method can be used to calculate the critical load of the Lapan's rocket by considering the plasticity of the material and the structure can be lighter.

ABSTRAK

Silinder banyak dijumpai pada struktur roket, pesawat terbang maupun cerobong asap. Stabilitas silinder merupakan unsur yang penting untuk mengetahui kemampuan silinder mendukung beban. Untuk memanfaatkan daya dukung bahan seoptimal mungkin maka diusahakan agar bahan tersebut dibebani hingga daerah plastis. Oleh karena itu diperlukan suatu prosedur untuk menghitung beban kritis plastis. Di sini ditunjukkan metode Southwell untuk menghitung beban kritis plastis silinder yang terbuat dari bahan yang memiliki sifat yang tidak linear. Pendekatan Ramberg-Osgood digunakan untuk menggambarkan diagram tegangan dan regangan dan diagram Karman digunakan mencari modulus Elastisitas yang berlaku pada daerah plastis. Hasil yang diperoleh dengan metode ini dibandingkan dengan hasil pengujian. Selanjutnya metode ini dapat digunakan untuk menghitung beban kritis roket Lapan dengan memperhitungkan sifat plastis material sehingga memungkinkan strukturnya bisa dibuat lebih ringan.

1 PENDAHULUAN

Pemertungan beban kritis dengan meninjau sifat bahan yang tidak linier dilakukan dengan menganggap bahwa persamaan yang berlaku dalam daerah elastis juga berlaku dalam daerah plastis tempa mengganti Modulus Elastisitas (E) dengan Modulus Elastisitas yang sesuai. Dengan demikian beban kritis dengan meninjau sifat plastis bahan dihitung dengan bantuan minus yang berlaku dalam daerah elastis dengan memodifikasi Modulus Elastisitas dengan Modul Tangen (E_T), Sekan (E^{\wedge}) atau Modulus Karman (E^{TM}), (Timoshenko, 1936), Gerard, 1957 & 1962). Jadi persamaannya dibedakan dengan modulus elastisitas yang digunakan. Salah satu cara untuk menghitung beban kritis Metode Southwell (MS). Metode ini dikenal mudah dan praktis. Oleh karena itu banyak digunakan untuk mencari beban kritis elastis. Dengan dasar ini Wang (1948) mula-mula mengembangkan metode Southwell

untuk daerah plastis dan metode ini dipopulerkan pula oleh Singer. Keduanya menekankan bahwa metode Southwell dapat digunakan sepanjang sifat bahan tersebut bilinear dan ketidaksempurnaan silinder kecil. Newman (1972) menggunakan metode ini untuk menghitung beban kritis suatu kolom bulat yang tertekan dan hasilnya dibandingkan dengan pengujian. Dia mengganti Modul E dengan modul tangens. Sobel (1983) mendemonstrasikan MS untuk menghitung beban kritis dalam daerah plastis suatu elbow. Di sini dia menganalisa secara kualitatif MS untuk perubahan bentuk yang tidak linear. Penggunaan metode ini ditunjukkan pula pada Massey (1964). Pemacuan teknologi ini dimaksudkan untuk mengembangkan penggunaan metode tersebut untuk menghitung beban kritis plastis silinder yang terbuat dari bahan yang memiliki sifat tidak linear dengan menganggap bahwa ketidaksempurnaan awal silinder kecil. Hasil yang

diperoleh dengan metode ini dibandingkan hasil pengujian.

2 TEORI

Untuk menurunkan persamaan stabilitas di bawah ini ditunjukkan definisi aliran gaya, hubungan kinematis, persamaan kesetimbangan dan persamaan elastomekanis.

2.1 Aliran gaya

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \dots\dots\dots (2-1)$$

$$N_{\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{x\theta} dz \dots\dots\dots (2-2)$$

$$N_{x\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{x\theta} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \dots\dots\dots (2-3)$$

$$N_{\theta x} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\theta x} dz \dots\dots\dots (2-4)$$

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \dots\dots\dots (2-5)$$

$$Q_{\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\theta z} dz \dots\dots\dots (2-6)$$

Aliran Momen atau Momen di penampang:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz \dots\dots\dots (2-7)$$

$$M_{\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta} z dz \dots\dots\dots (2-8)$$

$$M_{x\theta} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{x\theta} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz \dots\dots\dots (2-9)$$

$$M_{\theta x} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\theta x} z dz \dots\dots\dots (2-10)$$

Besaran $(1 + \frac{z}{R})$ berasal dari kelengkungan potongan permukaan dalam arah sumbu x. Pada silinder ber dinding tipis umumnya besaran z/R diabaikan.

2.2 Hubungan kinematis

Perubahan bentuk penampang tengah dengan kondisi tidak berubah bentuk berbunyi sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= u_{,x} \\ \epsilon_{\theta} &= \frac{v_{,\theta} + w}{R} \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{u_{,\theta}}{R} + v_{,x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-11)$$

Untuk kelengkungan permukaan tegangan akibat perubahan akibat lentur dalam arah memanjang K_x , perubahan bentuk dalam arah tegak lurus K_{θ} dan perubahan bentuk akibat torsi $K_{x\theta}$. Dalam hal ini diambil kelengkungan permukaan berdasarkan Donnel-Muchitari-Vlasov Brush (1975):

$$\left. \begin{aligned} K_x &= \beta_{,x} \\ K_{\theta} &= \frac{\beta_{,\theta\theta}}{R} - \frac{1}{R} (w_{,\theta\theta}) \\ K_{x\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_{,x\theta}}{R} + \beta_{\theta,x} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-12)$$

2.3 Persamaan kesetimbangan

- Persamaan kesetimbangan gaya dalam sumbu x:

$$N_{x,x} + \frac{N_{x\theta,\theta}}{R} = 0 \dots\dots\dots (2-13)$$

- Persamaan kesetimbangan dalam sumbu θ :

$$N_{x\theta,x} + \frac{N_{\theta\theta,\theta}}{R} + \frac{Q_{\theta}}{R} = 0 \dots\dots\dots (2-14)$$

- Persamaan kesetimbangan gaya dalam sumbu z:

$$\frac{N_{\theta}}{R} - Q_{xx} - \frac{Q_{\theta\theta}}{R} - p - (n_x w_{,xx} + 2 \frac{n_{\theta}}{R} w_{,x\theta} + \frac{n_{\theta\theta}}{R} w_{,\theta\theta}) = 0 \dots\dots\dots (2-15)$$

- Kesetimbangan momen terhadap sumbu x:

$$Q_x - M_{x,x} - \frac{M_{x\theta,\theta}}{R} = 0 \dots\dots\dots (2-16)$$

- Kesetimbangan momen terhadap sumbu θ :

$$- Q_{\theta} - M_{x\theta,x} - \frac{M_{\theta;\theta}}{R} = 0 \dots\dots\dots (2-17)$$

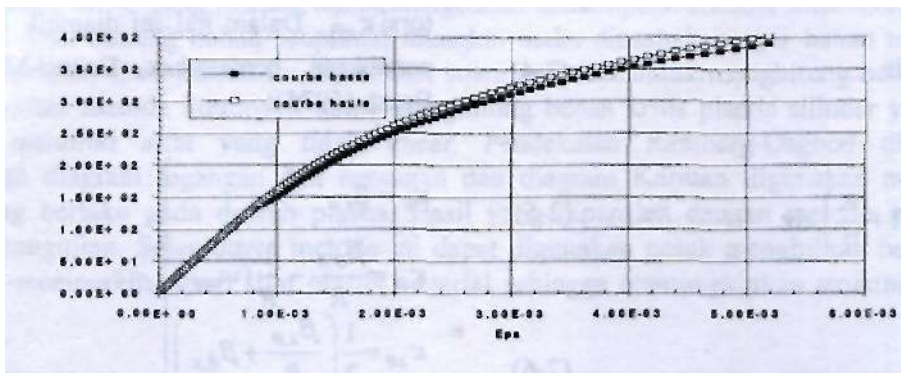
2.4 Persamaan Elastomekanis

Persamaan elastomekanis silinder berdasarkan teori momenlentur berbunyi sebagai berikut:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_{\theta} \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_{\theta} \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_{\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \kappa_x \\ \kappa_{\theta} \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} \dots\dots(2-18)$$

di mana berlaku:

$$\left. \begin{aligned} C_{11} = C_{22} = \frac{Eh}{(1-\mu^2)}; C_{12} = \mu C_{11}; D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \dots\dots\dots (219) \\ G = \frac{E}{2(1+\mu)}; C_{66} = S = Ch; D_{66} = D_{22}(1+\mu) \end{aligned} \right\}$$



Gambar 2-1: Grafik bahan yang digunakan

3 METODOLOGI PENYELESAIAN PERSAMAAN SILINDER

Penyelesaian persamaan dasar silinder di sini digunakan metode perpindahan matriks yang keandalannya telah ditunjukkan misalnya pada Sebayang (1996), Wunderlich (1967), wikzek (1984), Dieker (1986). Metode ini secara prinsip merupakan metode campuran di mana gaya dan perpindahan adalah besaran yang tidak diketahui. Dari persamaan kesetimbangan, hubungan elastomekanis dan hubungan kinematis maka terlihat besaran perpindahan u, v, w, p_x dan p_e dan besaran gaya $N_x, N_xe, M_x, Q_x, M_{x\theta}, N_e$ dan Q_{θ} tidak diketahui. Dari ketiga persamaan di atas maka diturunkan persamaan differensial parsial dalam arah memanjang. Dengan demikian semua besaran dan turunannya dibuat dalam arah

Bila bahannya elastis maka cukup diketahui modulus Elastisitas E , Modul geser G dan bilangan Poisson μ . Harga-harga ini bisa diperoleh dari Handbook atau dengan kaidah-kaidah biasa. Sebaliknya bila bahannya plastis maka harga E -Module, $E^{\wedge}j$ dan E_{eff} tergantung kepada sifat hubungan antara tegangan dan regangan, yang selalu tidak diketahui. Pendekatan dilakukan dengan menggunakan rumus Ramberg-Osgood yang secara rinci dapat dilihat di Ory (1986). Diagram tegangan dan regangan material yang diperoleh dari pendekatan Ramberg-Osgood yang digunakan pada contoh perhitungan terlihat pada Gambar 2-4-1.

keliling dalam dua koordinat sehingga suatu keadaan di ujung disajikan secara lengkap. Bila arah perpindahan di ambil dalam arah sumbu x , maka persamaan differensial dituliskan sebagai berikut:

$$\{U(\theta)\}_{,x} = [A(\theta)] \{U(\theta)\} + \{P(\theta)\} \dots\dots\dots (3-1)$$

dengan vektor keadaan berbunyi sebagai berikut:

$$\{U\} = \{v, u, N_x, N_{x\theta}, w, \beta_x, M_x, Q_x\}^T \dots\dots (3-2)$$

$N_{x\theta}$ dan Q_x adalah gaya geser dan gaya lintang Kirchoff. Persamaan differensial parsial yang diturunkan dapat dilihat di Lampiran 1. Persamaan sistem persamaan differensial parsial yang mengandung perpindahan dan aliran gaya merupakan besaran yang terdapat di vektor

keadaan, tergantung kepada koordinat tangensial (9) dan aksial (x). Untuk mengubah persamaan differensial parsial yang diturunkan menjadi persamaan biasa maka haruslah Matriks [A] dan {U} hanya tergantung kepada koordinat yang disesuaikan dengan arah koordinat yang dipilih. Untuk mengubah persamaan differensial parsial menjadi persamaan biasa digunakan deret Fourier. Deret Fourier untuk perpindahan dan gaya ditunjukkan pada Persamaan (3-3). Dapat ditambahkan di sini hanya ditinjau besaran simetris.

$$\left. \begin{aligned} v(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{v}_m \sin m\theta \\ u(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{u}_m \cos m\theta \\ N_x(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{N}_{xm} \cos m\theta \\ N_{x\theta}(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{N}_{xm} \sin m\theta \\ w(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{w}_m \cos m\theta \\ \beta_x(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\beta}_{xm} \cos m\theta \\ M_x(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{M}_{xm} \cos m\theta \\ Q_x(x, \theta) &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{Q}_{xm} \cos m\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-3)$$

dan untuk besaran beban berlaku:

$$p_r(x, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \hat{p}_{rm} \cos m\theta \dots\dots\dots (3-4)$$

di mana $u_m, v_m, w_m, \dots, p_{rm}$ hanya tergantung kepada arah x.

Bila deret Fourier ini dimasukkan ke dalam Persamaan differensial parsial (Lampiran 1) dan koefisien anggota harmonis untuk setiap bilangan m sebarang dibandingkan, yang kini hanya tergantung kepada fungsi koordinat x, akan diperoleh persamaan biasa. Dengan demikian persamaan differensial biasa dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\{\hat{U}_m\} = [\hat{A}_m] \{\hat{U}_m\} + \{\hat{P}_m\} \text{ di mana } \hat{P}_m = \hat{p}_{rm} \dots (3-5)$$

Selanjutnya agar besaran keadaan memiliki satuan yang sama dan dapat digunakan bila modulus elastisitas dan jari-jari silinder pada setiap segmen berbeda, maka dilakukan normalisasi dengan cara sebagai berikut:

$$\{U\}' = \left\{ \begin{aligned} v u R_b N_x / C_{11} R_b N_{x\theta} / C_{11} w \\ w_{,x} M_x / R_b^2 C_{11} R_b Q_x / C_{11} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3-6)$$

di mana $\{ \}' = d() / d(x/L)$ dan L panjang silinder.

Persamaan biasa 3-5 diselesaikan dengan menggunakan iterasi Piccard seperti dilakukan oleh Pestel (1963), Uhrig (1973), Collate (1960), di mana Matriks A dengan Koeffisien konstan sebagai jumlah suatu deret Matriks yang tak terhingga dapat diperoleh sebagai berikut:

$$[W] = e^{Ax} = [I] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} [Ax]^n \dots\dots\dots (3-7)$$

Matriks e^{Ax} dikembangkan sehingga diperoleh persamaan berikut:

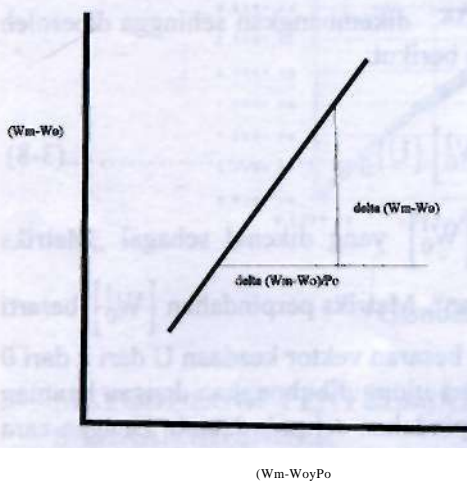
$$\{U\}'_1 = [W_0^1] \{U\}'_0 \dots\dots\dots (3-8)$$

di mana WQ yang dikenal sebagai „Matriks Perpindahan“. Matriks perpindahan WQ berarti perubahan besaran vektor keadaan U dari x dari 0 ke 1. Ke dua ujung dihubungkan dengan bantuan matriks perpindahan seluruh daerah. Dengan cara penyelesaian di atas secara umum deret di atas cepat konvergen. Untuk perhitungan yang riil, deret matriks ini akan berhenti sesudah dicapai titik ketelitian yang diberikan. Untuk menghindari kesulitan numeris, ini maka struktur di bagi atas elemen kecil. Jumlah elemen dan panjang elemen diperoleh dari pengalaman. Di samping itu untuk menghindari terjadinya kesulitan numeris, maka dilakukan dengan menyelesaikan penyelesaian seluruhnya. Dengan memasukkan besaran keadaan yang diketahui untuk kedua ujung silinder maka semua besaran keadaan pada semua vektor antara termasuk besaran yang tidak diketahui pada keadaan di ujung silinder. Untuk menghemat tempat

penyimpanan maka penyelesaian seutuhnya ini di ubah menjadi Matrik pita.

Untuk mengetahui lebih lanjut Metode Southwell maka di sini akan ditunjukkan cara menghitung beban kritis dari suatu silinder yang dibebani tekan luar. Perubahan bentuk silinder ini terjadi akibat tekan tetap PQ dibebani oleh beban permukaan P_m ($m > 2$). Beban oval dalam arah memanjang sama seperti bentuk tekukan dalam arah memanjang. Dengan menaikkan tegangan awal PQ J dengan beban P_m yang sama akan diperoleh perubahan bentuk w_m . Selanjutnya dibuat $(w_m - w_0)$ sebagai Ordinat dan $(w_m - w_0)/P_0$ sebagai Absis Diagram. Perubahan bentuk WQ akibat beban permukaan yang berbentuk Oval P_m , berarti tanpa tegangan awal (PQ). Sama seperti pada batang harga kritis Pkrit maka hubungan linear antara parameter Diagram. Dengan memperhatikan skala dari sumbu Diagram maka berlaku.

$$P_{krit} = \frac{\Delta(w_m - w_0)}{\Delta((w_m - w_0)/P_0)} \dots (3-9)$$



Gambar 3-1: Southwell plot

Proses ini dilakukan dengan berbagai bilangan gelombang keliling m hingga diperoleh \hat{P}_{krit} minimum.

Penggunaan Metode Soutwell dalam daerah plastis mula-mula dikembangkan oleh Wang dan kemudian diikuti oleh Singer yang dapat dijelaskan sebagai berikut. Bila P merupakan bagian terbesar dari beban kritis dalam daerah plastis, maka Persamaan 3-9 dapat diubah menjadi bentuk berikut:

$$\bar{EI}(y_{,xx} - y_{0,xx}) + Py = 0 \dots\dots\dots (3-10)$$

Dengan anggapan bahwa \bar{EI} konstant, maka P yang terletak berada di dekat P_{kr} , maka diperoleh:

$$w' = w_1 = \bar{w}_1 / \left[1 - \left(\frac{P}{P_{kr}} \right) \right]$$

dan (3-11)

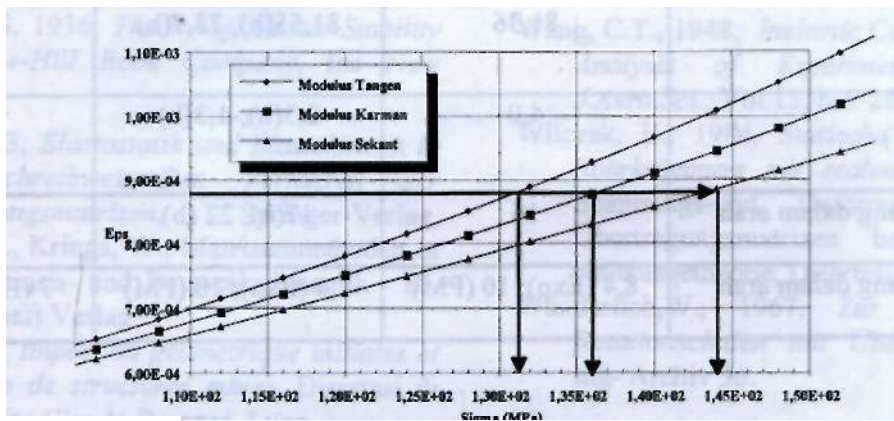
$$w \cong w_1 - \bar{w}_1 = \bar{w}_1 / \left[1 - \left(\frac{P}{P_{kr}} \right) \right],$$

$$\text{di mana } P_{kr} = \frac{\bar{EI}\pi^2}{L^2} .$$

Selanjutnya Wang menganggap bahwa Material "bilinear" (EI konstant).

4 Pembuktian Kesahihan Metode dan Pembahasan

Berdasarkan persamaan differensial parsial yang diturunkan maka di sini disajikan beberapa contoh sebagai hasil Program yang dikembangkan sendiri. Program ini ditulis dengan bahasa Fortran dan awalnya diuji coba di Komputer PC 286 dan selanjutnya di diuji dan digunakan di IBM 3080 RWTH Aachen-Jerman. Program ini menghasilkan perpindahan matrik dengan bantuan yang dikenal dengan Iterasi Piccard berdasarkan Lie-Magnus. Untuk mencari aliran gaya kritis dalam daerah plastis, maka terlebih dahulu dihitung beban kritis elastis yang besarnya 168 MPa. Dengan bantuan tegangan kritis dapat diperoleh perpanjangan kritis sebesar $9,88 \text{ E-}04$. Dengan dasar perpanjangan kritis ini Karman mengem-bangkan Diagram yang dikenal dengan Diagram Kirmin (Gambar 4-1) untuk menentukan tegangan kritis dalam daerah plastis. Dari diagram ini diperoleh tegangan kritis dalam daerah plastis sebesar 131 MPa berdasarkan Modulus Tangen, 136 MPa berdasarkan Modulus Karman dan 144 MPa dan berdasarkan Modulus Sekant. Dari sini jelas terlihat bahwa tegangan kritis terkecil diperoleh bila menggunakan Modulus Tangen dan yang terbesar diperoleh dari Modulus Sekant.



Gambar 4-1: Tegangan kritis dengan menggunakan Diagram Karman

Seperti dijelaskan terdahulu, bahwa Wang menggunakan Metode-Southwell dengan menganggap bahwa bahan bersifat bilinear. Karena bahan yang digunakan bersifat tidak linear, maka di sini dikembangkan kombinasi antara Karman dan Southwell. Cara ini dilakukan dengan mencari harga Modulus E dengan bantuan harga regangan kritis elastis. Harga ini diperoleh dari rumus stabilitas klasik biasa. Dengan harga ini dicari modulus elastisitas yang baru dengan bantuan diagram Karman dan grafik tegangan dan regangan yang diperoleh dari pendekatan Ramberg-Osgood. Modulus Elastisitas yang baru ini dihitung gaya kritis plastis dengan metode Southwell sesuai

dengan konsep yang ditunjukkan pada Persamaan 3-9. Dengan cara ini praktis harga EI tetap konstan, sebagai mana yang dilakukan oleh Wang dan Singer. Tegangan kritis yang dihitung berdasarkan metode ini dengan menggunakan Modulus Tangen besarnya 137,00 MPa. Hal ini praktis sama dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan Diagram Karman (131 MPa). Untuk menguji keandalan konsep ini perhitungan dilakukan untuk berbagai silinder lainnya seperti yang ditunjukkan dalam Tabel 4-1 Hasilnya praktis sama dengan hasil pengujian. Perbedaannya hanya berkisar antara -4 s/d 4 %.

Tabel 4-1: TEGANGAN KRITIS PLASTIS BERDASARKAN METODE SOUTHWELL DENGAN BANTUAN HARGA MODULUS TANGEN YANG BARU DIBANDINGKAN DENGAN PENGUJIAN (Waekel, 1984)

Nr. Silinder	2	3	4
Tebal (mm)	0,120	0,120	0,155
Modulus E (MPa)	161550	170000	190000
Daerah batas Linear (σ_L) MPa	120	90	150
σ_B (MPa)	400	400	400
$\sigma_{0.7}$ (MPa)	290	290 (h) ;280(b)	290
$\sigma_{0.85}$ (Mpa)	220	220 (h); 210 (b)	220
Tegangan kritis Euler σ_{CL} (MPa)	156	168	237
Pengujian:			
- Beban kritis P (da N)	690	760	1315
- Tegangan kritis σ_{exp} (MPa)	122	134,0	180,0
$\frac{\sigma_{exp}}{\sigma_{CL}}$ %	79	79	76
Tegangan kritis σ_{UM} (ÜM- Metode Southwell) MvPa	126,91	137,00 (h), 132,21 (b)	171,42
$\frac{\sigma_{UM}}{\sigma_{CL}}$ %	81,36	81,55(h), 78,7(b)	72,32

$\frac{\sigma_{UM}}{\sigma_{CL}} \%$	81,36	81,55(h), 78,7(b)	72,32
$\frac{\sigma_{exp} - \sigma_{UM}}{\sigma_{exp}} (\%)$	4,0	2,3(h), -1,3(b)	-4,8
Bilangan gelombang dalam arah keliling	16	17(h), 22 (b)	11(exp)
Bilangan gelombang dalam arah memanjang	8,4 (Exp); 10 (PM)	8,4 (Exp); 10 (PM)	7 (Exp); 10 (PM)

Keterangan:

PM : hasil yang diperoleh dari perhitungan ; Exp: hasil pengujian

h : bahan di dasar (courbe basse)
 : Bahan di bagian luar (courbe haute) J Gambar 4-1

5 KESIMPULAN

Kesimpulan utama adalah metode Southwell dapat digunakan untuk menghitung beban kritis plastis suatu silinder yang terbuat dari bahan yang memiliki sifat tidak linear. Dengan cara menggabungkan metode Karman (Diagram Karman) dan metode Southwell maka kesulitan memperoleh modulus yang baru dapat ditanggulangi. Hal ini dilakukan dengan menggunakan beban kritis elastis untuk menghitung modulus yang baru (Sekant, Tangen atau Karman) dengan pendekatan sifat bahan tidak linear dengan metode Ramberg Osgood. Dari beban kritis elastis dan Diagram Karman dan pendekatan Ramberg-Osgood diperoleh Modulus Elastisitas baru. Modulus elastisitas ini (dalam kasus ini modulus tangen) digunakan untuk menghitung beban kritis plastis dengan metode Southwell seperti yang umum digunakan. Di masa datang metode ini dikembangkan untuk menghitung beban kritis plastis silinder yang mengandung ketidaksempurnaan awal yang besar. Selanjutnya metode ini akan dikembangkan untuk menghitung struktur roket LAPAN dengan memperhitungkan sifat plastisitas material struktur dan diharapkan strukturnya bisa dibuat lebih ringan.

DAFTAR RUJUKAN

Brush., Don, O., Almroth, B. O., 1975, *Buckling of Bars, Plates, and Shells*, International Student Edition.

Collate, L., 1960, *Differentialgleichungen*, Teubner Stuttgart.

Dieker, S., 1986, *Statik, Stabilität und Eigenschwingungen einer Torusschale unter beliebigen Randbedingungen*, Disertasi an der RWTH Aachen

Gerard, G., 1946, Secant Modulus Method for Determining Plate Instability Above the Proportional Limit, *Journal of the Aeronautical Sciences*, hal.38-44.

Gerard, G., 1962, *Introduction to Structural Stability Theory*, Mc. Graw-Hill Book Company, Inc.

Gerard, G., 1957, Plastic Stability Theory of Thin Shells, *Journal of Aeronautical Sciences*, hal. 269-274.

Massey, 1964, Southwell Plot Applied to Lateral Instability of Beams, *The Engineers*, Vol. 218, No 566, 1964, hal. 320.

Newman, J.B., 1972, Inelastic Column Buckling of Internally Pressurized Tubes, *Experimental Mechanics*, Vol.13, hal. 265-272.

Ory, H., 1985, *Leichtbau I/n, Vorlesungsreihe an der RWTH Aachen*

Pestel, Leckie., 1963, *Matrix Methods in Elastomechanics*, Mc.Graw - Hill New York Company.

Sebayang, D., 1996, *Eat Beitrag zur Aufstellung und Lbsung der Statik-und Stabilitatsgleichungen der anisotropen diinnwandigen Zylinderschale mit Hilfe der Ubertragungsmatrizenmethode*, Disertasi di RWTH Aachen

Singer, J., *On the Application of the Southwell Plot to Plastic Buckling*, Personal Communication, Internal Report of the Haifa University, Israel

Shanley, F.R., 1947, *Inelastic Column Theory*, *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 14, hal.261-267.

Sobel, L.H., 1983, *The Southwell-Method for Predicting Plastic Buckling Load for Elbows*, *Transaction of the ASME*, hal. 2-8.

- Timoshenko, S., 1936, *Theory of Elastic Stability* Mc. Graw-Hill Book Company, Inc New York.
- Uhrig, R., 1973, *Elastostatik und Elastokinetik in Matrizenschreibweise-Das Verfahren der Übertragungsmatrizen*, Springer-Verlag, Waller, H., Krings, W., Matrizenmethoden in der Maschinen- und Bauwerksdynamik - BI. Wissenschaft Verlag.
- Waelkel., 1984, *Impection geometrique initiales et instabilites de structures mines*. Disc nasi di L*Universite Claude Bernard, Lyon.
- Wang, C.T., 1948, *Inelastic Column Theories and Analysis of Experimental Observation*, *J.Aero.ScL*, Vol.15, hal. 283-292.
- Wilczek, E., 1984, *Statische Berechnung eines Rohrkrummers mil reolen Randbedingungen*, Spannungs-und Deformationsanalyse mit Übertragungsmatrizen basierend auf der Halbbiegetheorie, Disertasi di RWTH Aachen.
- Wunderlich.W., 1967, *Zur Berechnung von Ratalionschalen mit Obertragungsmatrizen*, Ing- Archiv 36.

Lampiran 1 Persamaan differensial parsial

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ N_x \\ N_{x\theta} \\ w \\ w_{,x} \\ M_x \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} - & -\frac{\mu}{R} v_{,0} & \frac{(1-\mu^2)}{Eh} & - & -\frac{\mu w}{R} & - & - & - \\ 1 \frac{()}{R} & - & - & \frac{2(1+\mu)}{Eh} & - & \frac{h^2}{6R^2} ()_{,0} & - & - \\ - & - & - & -\frac{()_{,0}}{R} & - & NR & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & \frac{Eh}{R^2} ()_{,0} & - & - & - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ N_x \\ N_{x\theta} \\ w \\ w_{,x} \\ M_x \\ Q_x \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ p_r \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 RF &= -\frac{2 Eh^3(1-\mu)}{12 R(1-\mu^2)} ()_{,00} & QR &= \frac{Eh^3}{12R^4} ()_{,40} - \frac{Eh}{R^2} & NR &= -\frac{Eh^3(1-\mu)}{12 R^3(1-\mu^2)} ()_{,00} \\
 Y_{76} &= n_x & Y_{85} &= -\frac{n_0}{R^2} ()_{,00} & Y_{86} &= \frac{2}{R} n_{x\theta} ()_{,0}
 \end{aligned}$$