

# ANALISIS MODUS NORMAL DAN KEKUATAN STRUKTUR SIRIP MOTOR ROKET-168 DARI BAHAN AL-PLATE

Sugiarmadji HPS, Seliadi  
Peneliti Bidang Struktur Puslekwagan-LAPAN

## ABSTRACT

Structural strength analysis on Motor Rocket-168 fins was carried out to determine static stresses due to aerodynamic loadings. Here, 90 mm of the root chord area from leading edge was unclamp (free). The analysis results showed the maximum value of von Mises stress is  $\sigma_{\text{von Mises}} = 42,40$  MPa. For 90 mm condition un clamp (free) we obtained the safety factor of the material for fins structures made of Al-Plate is SF - 3,39. For 67,5 mm of 90 mm root chord area constrained at 12456 directions, it was found  $\sigma_{\text{von Mises}} = 11,26$  MPa and has higher safety factor. Eigenvalues and eigenvectors of the fin structures of rocket motor -168 were determined by normal mode analysis on the fins structures. The results showed that the eigenvalues of the fin structures are  $w_1 = 198,47$  Hz,  $u_2 = 616,34$  Hz,  $m = 1080,97$  Hz,  $w_4 = 1704,33$  Hz,  $u_5 = 2386,82$  Hz, dan  $u_6 = 2770,94$  Hz..

## ABSTRAK

Analisis kekuatan struktur Sirip Motor Roket 168 dilakukan untuk mengetahui tegangan statik yang terjadi akibat beban aerodinamik, di mana pada daerah *root chord* sepanjang 90 mm tidak dijepit (bebas). Dari hasil analisis tegangan statik diperoleh besarnya tegangan von Mises maksimum untuk konfigurasi sirip dengan ujung bebas adalah  $\sigma_{\text{von Mises}} = 42,40$  MPa. Untuk kondisi 90 mm yang dibiarkan bebas akan didapatkan nilai faktor keamanan bahan struktur sirip sebesar S.F - 3,39. Jadi, bahan sirip dari Al-Plate sangat aman terhadap pembebanan aerodinamik yang terjadi. Kemudian dengan membuat "constraint" arah 12456 pada daerah 67,5 mm (sepanjang 22,5 mm dibiarkan masih bebas) diperoleh nilai  $\sigma_{\text{von Mises}} = 11,26$  MPa, sehingga didapatkan faktor keamanan yang lebih tinggi. Analisis modus normal struktur sirip dilakukan untuk mengetahui besarnya *eigenvalues* dan *eigenvector* dari struktur sirip. Besarnya frekuensi modus getar (*eigenvalues*) dari struktur sirip yang terjadi adalah  $u_1 = 198,47$  Hz,  $u_2 = 616,34$  Hz,  $u_3 = 1080,97$  Hz,  $u_4 = 1704,33$  Hz,  $u_5 = 2386,82$  Hz, dan  $u_6 = 2770,94$  Hz

## 1 PENDAHULUAN

Sirip roket merupakan bagian motor roket yang berfungsi untuk memberikan stabilisasi pada motor roket. Dalam rancangan motor roket, bagian struktur sirip ini diharapkan se ringan mungkin, namun faktor keamanannya masih memenuhi kriteria rancangan dan dapat dihindari kemungkinan terjadinya masalah aeroelastisitas yang mungkin terjadi pada struktur sirip, seperti flutter, divergensi, dan lain sebagainya. Upaya pengurangan berat untuk mengurangi berat struktur sirip dilakukan sebesar mungkin, namun faktor keamanan bahan masih tetap memberikan harga  $>1$

dan tidak terjadi masalah aeroelastisitas pada struktur.

Sirip dirancang karena ada perubahan pada sistem pemegang sirip, maka pada daerah *root chord* dari sirip sepanjang 90 mm tidak dijepit oleh pemegang sirip, dan bagian sepanjang 156 mm dijepit dengan pemegang sirip tersebut.

Analisis kekuatan struktur sirip motor roket-168 dilakukan dengan bantuan perangkat lunak Nastran versi Windows yang berbasis Finite Element Methods (FEM). Analisis akan meliputi tegangan statik dan modus normal dari struktur sirip.

## 2 TEGANGAN STATIK PADA STRUKTUR SIRIP MOTOR ROKET-168

Konfigurasi sirip motor roket yang diambil seperti yang terlihat dalam Gambar 2-1, di mana pada daerah "root chord" sepanjang 90 mm dibiarkan bebas (tidak terjepit pemegang sirip). Bahan struktur sirip menggunakan material Aluminium Plate ( $E = 6.82585E10 \text{ N/m}^2$ ,  $G = 2.62E10 \text{ N/m}^2$ ,  $\nu = 0,33$ , Limit Stress : tension =  $2,41E8 \text{ N/m}^2$  ; compression =  $2.41E8 \text{ N/m}^2$ ; shear =  $1.86E8 \text{ N/m}^2$ , mass density =  $2713 \text{ kg/m}^3$ ). Untuk mengetahui kekuatan struktur sirip ini beban yang diberikan berasal dari gaya aerodinamik yang terjadi pada waktu kecepatan roket sebesar 2 Mach.

Perhitungan tegangan statik yang terjadi pada sirip motor roket-168 dapat dilakukan dengan membuat Model FEM sirip motor roket-168, seperti yang terlihat dalam Gambar 2-1. Jumlah keseluruhan elemen yang dihasilkan dari pemodelan FEM ini adalah 330 elemen dan 736 nodal.

Untuk melakukan analisis tegangan yang terjadi pada elemen-elemen sirip motor roket ini, tinjau sebuah elemen segiempat dari sirip tersebut. Pada elemen solid segiempat dari dinding sirip yang isotropis, untuk kondisi bidang tegangan (*plane stress*), hubungan tegangan-regangan dapat dinyatakan sebagai :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \dots\dots\dots (2-1)$$

Keterangan :

$\sigma$  : tegangan elemen

$\varepsilon$  : regangan elemen

E : modulus elastisitas material



Gambar 2-1: Bentuk sirip motor roket-168

Untuk elemen 3-dimensi, tegangan normal yang bekerja pada elemen dapat dinyatakan sebagai :

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\varepsilon_x(1-\nu) + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z] \dots (2-2)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + \sigma_y(1-\nu) + \nu\varepsilon_z] \dots (2-3)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + \sigma_z(1-\nu)] \dots (2-4)$$

Keterangan :

$\nu$  = rasio Poisson dari material

Hubungan hukum Hooke untuk tegangan normal,  $\sigma = E\varepsilon$ , bila digunakan untuk tegangan geser didapatkan :

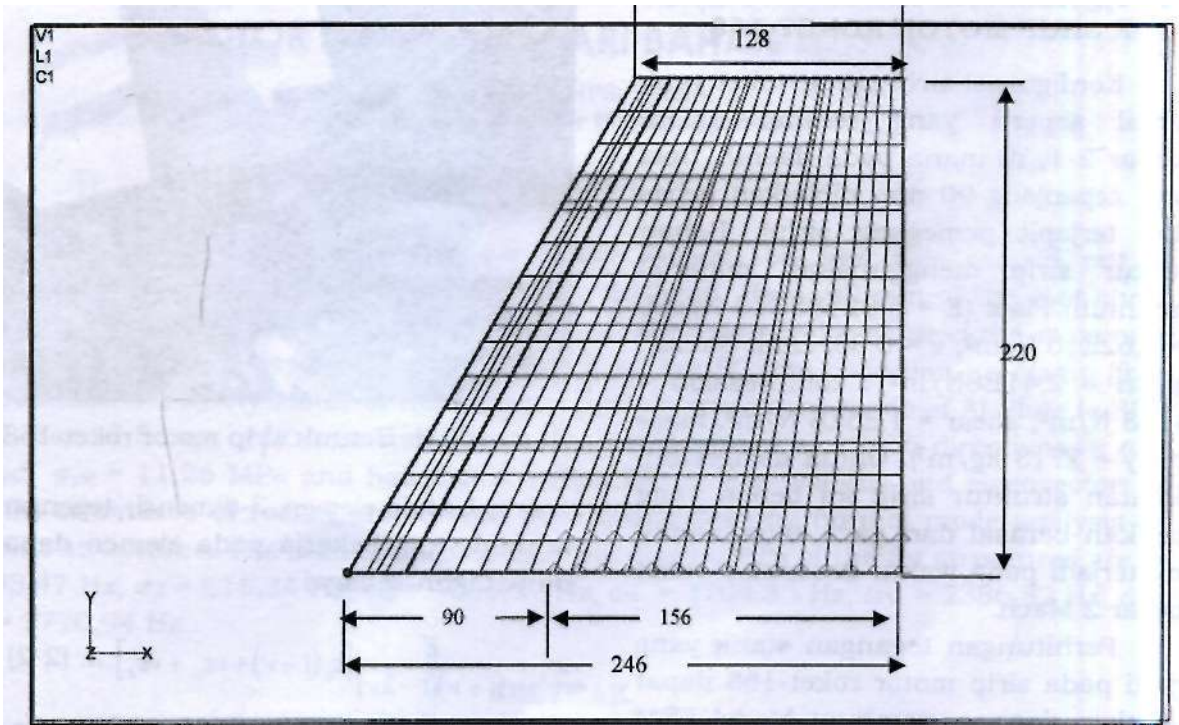
$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad \tau_{yz} = G \gamma_{yz} \quad \tau_{zx} = G \gamma_{zx} \dots\dots\dots (2-5)$$

Keterangan :

$\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{zx}$  = regangan geser

G = modulus geser

Dalam bentuk matriks, tegangan pada elemen solid 3-dimensi dapat dituliskan secara keseluruhan sebagai :



Gambar 2-2: Pemodelan FEM Sirip Motor Roket-168, dengan 736 nodal dan 330 elemen

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{yx} \\ \sigma_{zx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [F] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2-6)$$

keseluruhan maka elemen solid 3-dimensi di sini dapat diasumsikan menjadi elemen 2-dimensi segi empat dengan titik-titik nodal pada 1(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>), 2(x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>), 3(x<sub>3</sub>,y<sub>3</sub>), dan 4(x<sub>4</sub>,y<sub>4</sub>). Besarnya defleksi nodal (*nodal displacement*) pada keempat titik tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

Keterangan :

$$[F] = \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ & & & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ & & & & (1-2\nu)/2 & 0 \\ \text{Simetri} & & & & & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-7)$$

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2-10)$$

dan digunakan hubungan

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots (2-8)$$

Dari pers.(2-6) dan (2-7) dapat diperoleh matrik tegangan/regangan (*stress/strain matrix*) :

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [F] \dots\dots\dots (2-9)$$

Bila tebal sirip, t, relatif tipis dibandingkan dengan geometri sirip

Besarnya gaya pada nodal-nodal elemen dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai :

$$\{f\} = [k]\{d\} \dots\dots\dots (2-11)$$

Keterangan :

{d} = matriks defleksi pada nodal-nodal dari pers.(10)



[k] = matriks kekakuan elemen yang besarnya dapat dituliskan sebagai :

$$[k] = \iint_A [B]^T [D] [B] t \cdot dx dy \quad (2-12)$$

[D] = matriks tegangan/regangan dari pers.(2-9)

t = tebal elemen

[B]<sup>T</sup> = transpose dari matriks [B]

$$[B] = \frac{1}{4bh} \begin{bmatrix} -(h-y) & 0 & (h-y) & 0 \\ 0 & -(b-x) & 0 & -(b+x) \\ (b-x) & -(h-y) & -(b+x) & (h-y) \\ (h+y) & 0 & -(h+y) & 0 \\ 0 & (h+x) & 0 & (b+x) \\ (b+x) & (h+y) & (b-x) & -(h+y) \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

Keterangan :

h = tinggi elemen segiempat

b = panjang elemen segiempat

Dari pers.(2-11), dapat dihitung besarnya tegangan von Mises dengan membagi besarnya gaya yang terjadi {f} dengan luas elemen.

### 3 ANALISIS TEGANGAN PADA STRUKTUR SIRIP MOTOR ROKET

Dalam analisis model sirip roket, daerah *root chord* sirip di *constraint fixed* pada arah Tx, Ty, Tz, Rx, Ry, dan Rz (arah 123456) sepanjang 156 mm. Sedangkan sepanjang 90 mm dibiarkan bebas (tidak dijepit). Beban yang bekerja pada elemen-elemen sirip di sini akan diberikan oleh gaya aerodinamik yang terjadi, yaitu gaya drag sebesar 1004,3 Newtons dalam arah-x dan gaya angkat sebesar 3210 Newtons dalam arah-z. Gaya ini dihitung berdasarkan kecepatan

roket pada V = 2 Mach dan luas sirip sebesar 0,04114 m<sup>2</sup>. Pembebanan gaya aerodinamika ini pada model FEM seperti yang terlihat dalam Gambar 3-1. Dengan menggunakan perangkat lunak untuk analisis tegangan yang berbasis pada Metoda Elemen Hingga (FEM) diperoleh besarnya distribusi tegangan statik von Mises, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 3-2. Nilai tegangan statik

Ovon Mises

maksimum adalah 42.408.304 N/m<sup>2</sup>(=Pa) atau 42,41 MPa.

Kemudian apabila pada daerah 90 mm yang tidak dijepit tersebut di *constraint* dalam arah Tx, Ty, Rx, Ry, dan Rz (arah 12456) sepanjang 67.5 mm, maka akan diperoleh distribusi tegangan statik von Mises seperti yang terlihat dalam Gambar 3-3. Nilai tegangan statik *Ovon Mises* maksimum adalah 11.260.713 N/m<sup>2</sup>(=Pa) atau 11,26 MPa.

### 4 ANALISIS MODUS NORMAL STRUKTUR SIRIP

Untuk analisis modus normal tinjau persamaan getaran dari struktur sirip motor roket akibat beban luar F(t) yang secara umum dapat dituliskan dalam *time-domain* sebagai persamaan diferensial orde-dua :

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \dots\dots\dots (4-1)$$

Keterangan

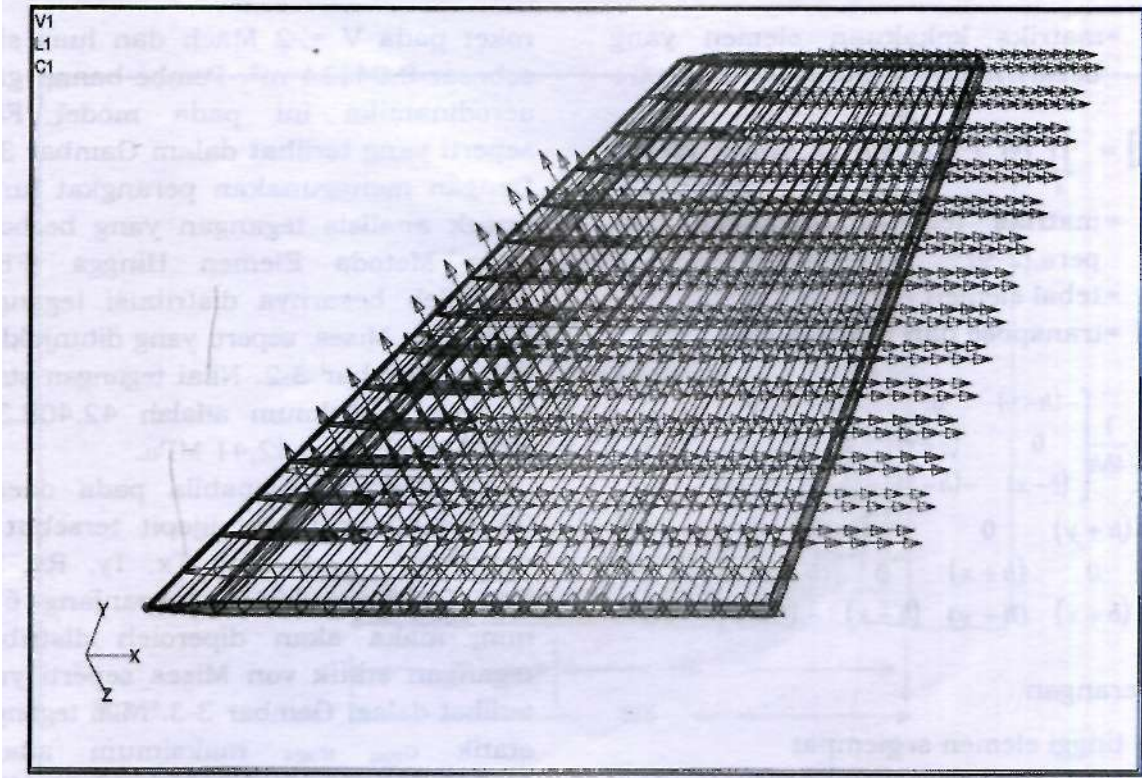
[M] = matriks massa elemen

[C] = matriks redaman (*damping*)

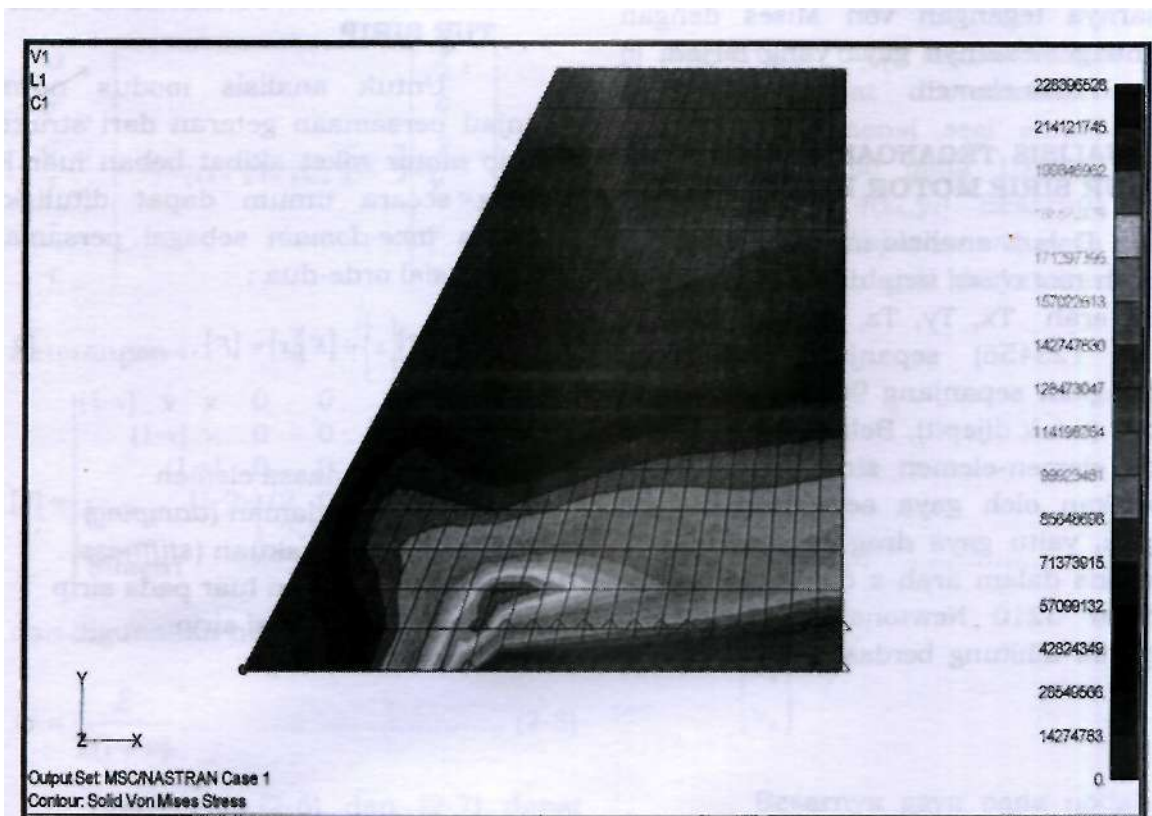
[K] = matriks kekakuan (*stiffness*)

{F} = matriks beban luar pada sirip

{x} = matriks defleksi sirip

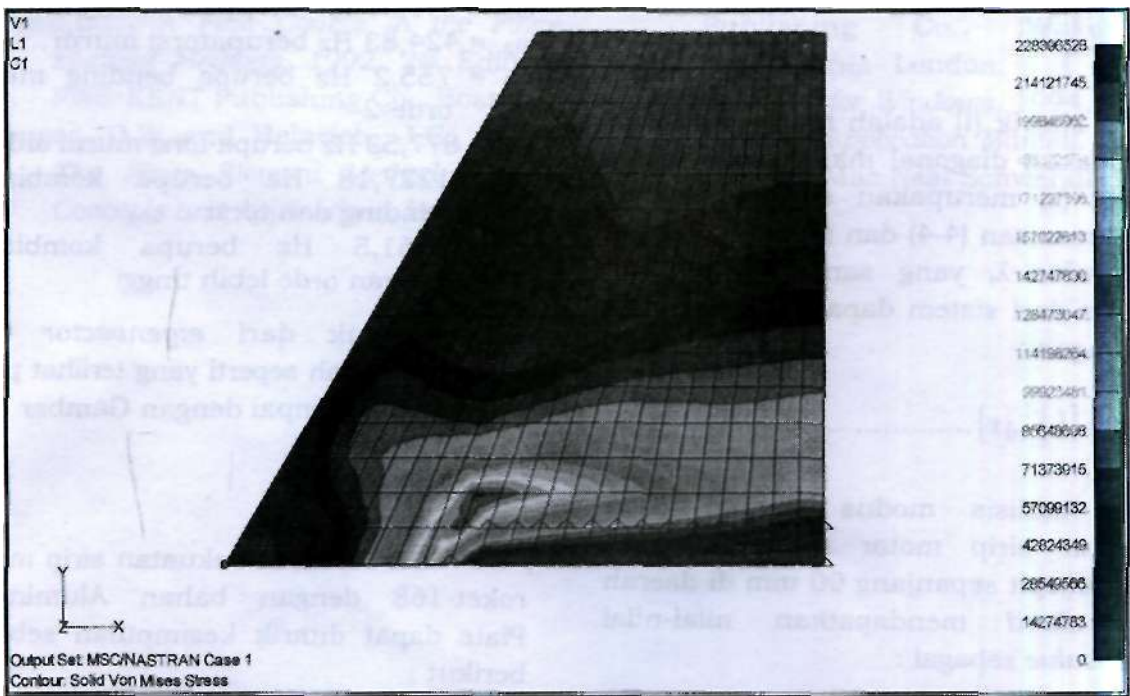


Gambar 3-1 : Pembebanan aerodinamika pada model FEM struktur sirip-168



Gambar 3-2: Distribusi teganan statik von Mises pada struktur Sirip Motor Roket-168, dengan daerah *root chord* sepanjang 90 mm bebas (tidak dijepit).





Gambar 3-3: Distribusi tegangan statik von mises pada struktur sirip motor roket-168, dengan daerah *root chord* sepanjang 90 mm bebas (tidak dijepit).

Parameter modal dari getaran struktur dapat dianalisis dengan menggantikan matriks  $\{x\}$  dalam domain frekuensi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \{x\} &= \{\dot{X}\} \sin \omega t \\ \{\dot{x}\} &= \omega \{\ddot{X}\} \cos \omega t \dots\dots\dots (4-2) \\ \{\ddot{x}\} &= -\omega^2 \{\ddot{X}\} \sin \omega t \end{aligned}$$

Keterangan :

- $\{\ddot{X}\}$  = matriks amplitudo getaran dari nodal
- $\omega$  = frekuensi getaran struktur

Untuk struktur yang tidak teredam dan tidak ada beban luar, maka diperoleh persamaan getaran dalam domain frekuensi sebagai

$$(-\omega^2 [M] + [K]) \{\ddot{X}\} = \{0\} \dots\dots\dots (4-3)$$

Dengan menggantikan  $\lambda = \omega^2$ , maka akan didapatkan persamaan eigenproblem :

$$([K] - \lambda [M]) \{\ddot{X}\} = \{0\} \dots\dots\dots (4-4)$$

Setiap nilai eigenvalue  $\lambda$  akan mempunyai *eigenvector*  $\{\ddot{X}\}$  atau biasanya disebut juga Modus Normal (*Normal Mode*). Jika matriks  $[K]$  dan  $[M]$  adalah matriks  $n \times n$ , maka akan selalu diperoleh  $n$ - *eigenvalue* dan  $n$ - *eigenvector*. Apabila matrik  $([K] - \lambda[M])$  tidak singular, maka dapat ditentukan besarnya *eigenvalue*  $\lambda$  untuk nilai  $\{\ddot{X}\} = \{0\}$  dari determinannya yaitu :

$$\det ([K] - \lambda[M]) = 0 \dots\dots\dots (4-5)$$

Apabila matriks massa  $[M]$  simetrik dan didefinisikan matrik diagonal dari massa tersebut sebagai  $[L]$ , akan diperoleh hubungan :

$$L_B = \frac{1}{\sqrt{M_B}} \dots\dots\dots (4-6)$$

Persamaan (4) dapat dituliskan kembali sebagai persamaan "standard eigenproblem" :

$$([A] - \lambda [I]) \{x\} = \{0\} \dots\dots\dots (4-7)$$

Keterangan :

- $[A] = [L][K][L]$
- $[I] = [L]^{-1}[L]$

$$\{x\} = [L]\{\ddot{X}\}$$

Matrik [I] adalah matrik unit dan merupakan diagonal matrik, sedangkan matrik {x} merupakan *eigenvector* dari [A]. Persamaan (4-4) dan (4-7) mempunyai *eigenvalue*  $\lambda$  yang sama. *Eigenvector* semula dari sistem dapat diperoleh dari hubungan :

$$\{\ddot{X}\} = [L]^{-1}\{x\} \dots \dots \dots (4-8)$$

Analisis modus normal pada struktur sirip motor roket-168 yang tidak dijepit sepanjang 90 mm di daerah *root chord* mendapatkan nilai-nilai *Eigenvalue* sebagai :

- $\omega_1 = 141,57 \text{ Hz}$
- $\omega_2 = 424,83 \text{ Hz}$
- $\omega_3 = 755,2 \text{ Hz}$
- $\omega_4 = 877,53 \text{ Hz}$
- $\omega_5 = 1227,18 \text{ Hz}$
- $\omega_6 = 1761,5 \text{ Hz}$

## 5 PEMBAHASAN

Dari data spesifikasi material bahan sirip Aluminium Plate didapatkan nilai  $\sigma_{boleh} = 144 \text{ MPa}$ . Di sini diperoleh nilai faktor keamanan paling kecil pada sirip roket dengan ketebalan  $t = 6 \text{ mm}$  dengan 90 mm pada *root chord* tidak dijepit sebesar :

$$S.F = \frac{\sigma_{boleh}}{\sigma_{VM}} = 144/42,41 = 3,39$$

Dengan membuat *constraint* arah 12456 pada daerah 67,5 mm (sepanjang 22,5 mm dibiarkan bebas) diperoleh harga  $\sigma_{VM} = 11,26 \text{ MPa}$ , sehingga didapatkan faktor keamanan :

$$S.F = \frac{\sigma_{boleh}}{\sigma_{VM}} = 144/11,26 = 12,79$$

Jadi, untuk kondisi pemasangan sirip pada motor roket tersebut akan diperoleh faktor keamanan material bahan cukup baik.

Untuk harga-harga *eigenvalue* yang diperoleh, bentuk *eigenvector* (*normal mode*) pada tiap modus getar adalah :

- $\omega_1 = 141,57 \text{ Hz}$  berupa bending murni
- $\omega_2 = 424,83 \text{ Hz}$  berupatorsi murni
- $\omega_3 = 755,2 \text{ Hz}$  berupa bending murni orde-2
- $\omega_4 = 877,53 \text{ Hz}$  berupa torsi murni orde-2
- $\omega_5 = 1227,18 \text{ Hz}$  berupa kombinasi bending dan torsi
- $\omega_6 = 1761,5 \text{ Hz}$  berupa kombinasi dengan orde lebih tinggi

Bentuk dari *eigenvector* tiap frekuensi adalah seperti yang terlihat pada Gambar 5-1 sampai dengan Gambar 5-6.

## 6 KESIMPULAN

Dari analisis kekuatan sirip motor roket-168 dengan bahan Aluminium Plate dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

- Pada kondisi struktur sirip dari motor roket-168 dijepit hanya sepanjang 156 mm (90 mm dibiarkan bebas) ditunjukkan bahwa harga faktor keamanan dari bahan sirip Aluminium Plate masih cukup aman terhadap beban gaya aerodinamik yang terjadi, yaitu sebesar  $SF = 3,39$ . Sedangkan apabila pada daerah sepanjang 67,5 mm dari yang 90 mm tersebut (22,5 mm dibiarkan tetap bebas) di *constraint* arah 12456, akan diperoleh harga faktor keamanan yang lebih tinggi.
- Harga *eigenvalue* dari struktur sirip paling kecil sebesar 141,57 Hz, sehingga persyaratan minimum frekuensi yang terjadi harus  $> 100 \text{ Hz}$  dapat dipenuhi dan tidak akan terjadi resonansi dengan getaran *payload* roket.

## DAPTAR RUJUKAN

- Cook.R.D., Malkus.D.S., and Plesha.M.I., 1984. *Concepts and Application of Finite Element Analysis*, 3<sup>rd</sup> Edition, John Wiley & Sons Inc., New York - USA.
- Donaldson, Bruce,K., 1974. *Analysis of Aircraft Stresses: An Introduction*, McGraw-Hill , New York.
- Huebner, Kenneth.H., 1974. *The Finite Element Method for Engineers*, John Wiley & Sons Inc., New York.

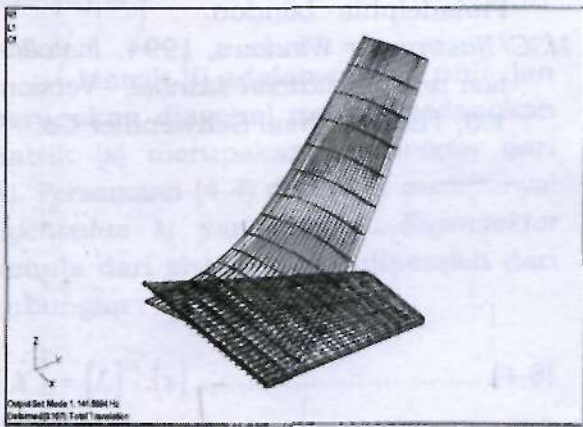
Logan,D.L., *A First Course in the Finite Element Methods*, 1992. 2<sup>nd</sup> Edition, PWS-KENT Publishing Co., Boston.

Pepper, D.W.,and Heinrich, J.C., 1992. *The Finite Element Method : Basic Concepts and Applications*, Hemisphere

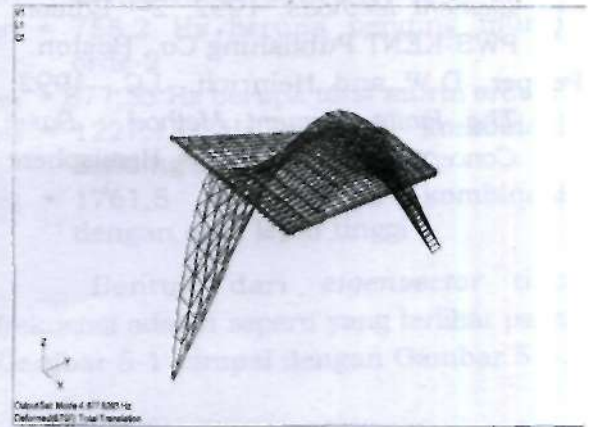
Publishing Co., Washington-Philadelphia- London.

*MSC/Nastranfor Windows*, 1994. *Installation and Application Manual*, Version 1.0, The Mac.Neal Schwendler Co.

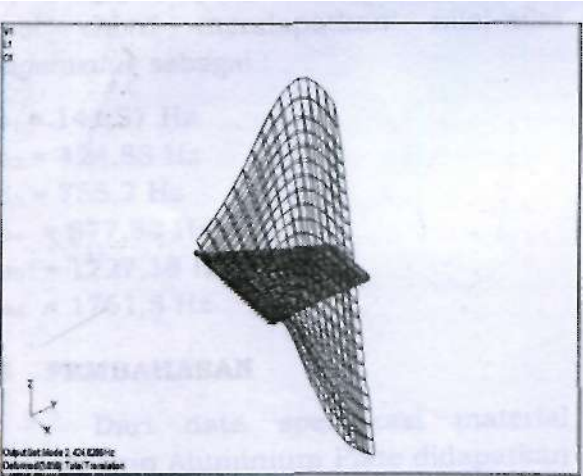




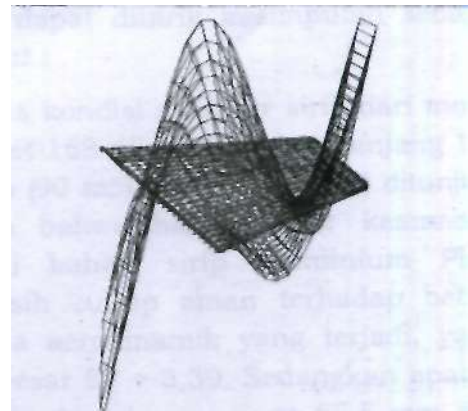
Gambar 5-1: Bentuk modus untuk  $\omega_1 = 141,57$  Hz (bending murni)



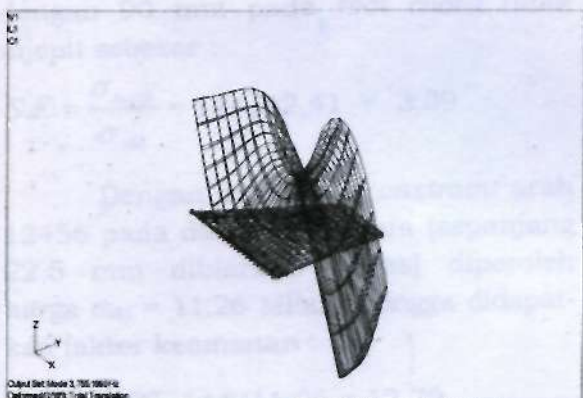
Gambar 5-4: Bentuk modus untuk  $\omega_4 = 877,53$  Hz (torsion murni orde-2)



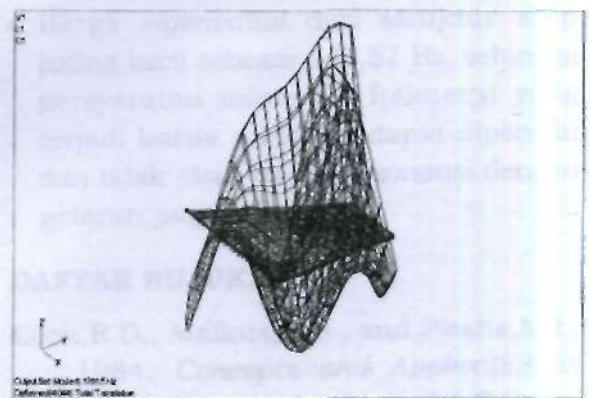
Gambar 5-2: Bentuk modus untuk  $\omega_2 = 424,83$  Hz (torsion murni)



Gambar 5-5: Bentuk modus untuk  $\omega_5 = 1227,18$  Hz (kombinasi bending dan torsion)



Gambar 5-3: Bentuk modus untuk  $\omega_3 = 755,2$  Hz (bending murni orde-2)



Gambar 5-6: Bentuk modus untuk  $\omega_6 = 1761,5$  Hz (kombinasi dengan orde lebih tinggi)