

TEKNIK KONTROL *SLIDING MODE* UNTUK *AUTOPILOT* ROKET

Rika Andlarti
Peneliti Bidang Kendall, PustekWagan. LA PAN

ABSTRACT

This paper deals with autopilot for rocket tracking problem by using sliding mode controller. Rocket model is considered as a linear system with two control input; wing and tail deflection. Simulation results show that the controller effectively works and gives desired performance (fast reaching and low chattering).

ABSTRAK

Paper ini membahas tentang perancangan *autopilot* roket untuk penjejakan [*tracking*] sebuah target, yang juga berupa roket, dengan menggunakan teknik kontrol *sliding mode*. Model roket yang digunakan berupa sebuah sistem linear dengan dua *input* kontrol, yaitu defleksi sayap dan defleksi ekor. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kontroler *sliding mode* untuk penjejakan roket dengan komando LATA_X yang diberikan sebesar 20g, memberikan performansi yang memuaskan [*fast reaching* dan *low chattering*].

Kata kunci: *Autopilot, Roket, Tracking, Kontrol, Sliding mode*

1 PENDAHULUAN

Dalam rangka pengembangan roket dan penelitian dan perancangan sistem kendali yang sesuai dengan kebutuhan atau misi, sangatlah dibutuhkan. Beberapa teknik kendali sudah dirancang dan disimulasikan, seperti teknik kontrol PID, *gain scheduling* maupun teknik kompensator dengan *filter*. Didalam paper ini akan disampaikan hasil perancangan teknik kendali *sliding mode* (modus luncur) untuk penjejakan roket (roket kendali).

Penggunaan metoda kontrol ini sudah cukup lama, hampir empat puluh tahunan, dan juga cukup luas, terutama dalam bidang robotik, kendaraan bawah air, transmisi mobil, motor Hstrik dan sistem daya (Slotine, J.J.E. dan Weiping Li, 1991). Sedangkan dalam bidang *aero-space*, teknik ini juga sudah biasa digunakan, seperti terlihat pada persamaan 2-1, 2-2, 2-3, 3-3 dan 3-4].

Teknik kontrol *sliding mode* sendiri, atau biasa juga dikenal dengan istilah VSC [*Variable Structure Control*], merupakan salah satu teknik kontrol klasik. Teknik ini dikenal karena kekokohnya

dalam menghadapi gangguan, baik dari luar sistem maupun variasi parameter. Dengan metoda ini, trayektori keadaan dikendalikan agar mengikuti trayektori acuan yang ditetapkan. Untuk mencapai tujuan ini, gerakan trayektori dibagi dalam dua fase. Pada fase pertama, trayektori, dari manapun kondisi awalnya, akan ditarik ke sebuah bidang luncur, SS, [*sliding surface*], Dan fase ini biasa disebut *reaching phase*. Sedangkan pada fase kedua, trayektori meluncur pada bidang SS tersebut. Dan fase kedua ini dinamakan *sliding phase*.

Dalam paper ini, teknik kontrol *sliding mode* akan diaplikasikan pada *autopilot* roket untuk penjejakan sebuah target yang juga berupa roket. *Input autopilot-nya* sendiri berasal dari keluaran sistem pandu, yang berupa LATA_X [*Lateral Acceleration*], yang merupakan percepatan lateral yang dibutuhkan untuk mengejar target. Model matematik roket yang digunakan dalam paper ini adalah sebuah sistem linear, dengan dua *input* kontrol, yaitu sirip, ekor, dan sayap sebagai bidang kontrol [*control surface*]. Seperti diketahui,

metoda kontrol *sliding mode* akan raem-berikan sebuah hukum kontrol yang diskontinu, yang dapat menimbulkan efek *chattering*. Untuk mengurangi fenomena *chattering*, di dalam paper ini, sebuah *power rate reaching law* akan digunakan pada desain fase pertama (*reaching phase*), seperti yang dianjurkan oleh Gao dan Hung.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa kontroler *sliding mode* untuk penjejakan roket dengan *input* LATAx yang diberikan sebesar 20g, memberikan performansi yang memuaskan (*fast reaching* dan *low chattering*).

2 MODEL DINAMIK

Model roket yang digunakan dalam paper ini adalah sebuah sistem multi *input*, yang merupakan roket dari udara-ke-udara dengan sayap model X. Dinamik perioda pendek dari roket digunakan untuk mendesain sistem kontrol. Persamaan hasil linearisasi gerakan roket pada bidang angguk (*pitch*) diberikan oleh :

$$\dot{\alpha} = (Z_{\alpha} / V)\alpha + q + (Z_{\delta\omega} / V)\delta_{\omega} + (Z_{\delta i} / V)\delta_i \quad (2-1)$$

$$\dot{q} = M_{\alpha} \alpha + M_q q + M_{\omega} \delta_{\omega} + M_{\delta i} \delta_i \quad (2-2)$$

dengan

V adalah kecepatan roket

a adalah sudut serang

Q adalah laju angguk (*pitch rate*)

Sedangkan S_a dan δ , merupakan defleksi bidang kontrol sayap dan ekor. Untuk turunan stabilitas aerodinamik, dilambangkan oleh Z_a , M_a , A/\wedge . dan seterusnya. Perlu diketahui juga, bahwa roket diasumsikan mempunyai model aktuator orde satu, baik untuk sayap maupun ekor.

Dari sistem pandu, kita mempunyai komando LATAx r yang harus diikuti guna menjejak target. Dan *output* untuk menjejak komando ini adalah percepatan yang diukur dari:

$$a_z = (Z_{\alpha} + IM_{\alpha})\alpha + IM_q q + (Z_{\delta\omega} + IM_{\delta\omega})\delta_{\omega} + (Z_{\delta i} + IM_{\delta i})\delta_i$$

dengan l adalah jarak akselerometer dari pusat gravitasi ke arah depan.

Dari persamaan (2-1) dan (2-2), dapat menentukan keadaan sistem, yaitu $x_p = [\alpha, q, \delta_{\omega}, \delta_i]^T$, dengan *input* $u = [\delta_{\omega}, \delta_i]^T$.

Dengan demikian, model ruang keadaan roket dalam bentuk regular, adalah

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u, \quad y_t = C_p x_p \quad (2-3)$$

3 DESAIN KONTROL SLIDING MODE UNTUK PENJEJAKAN ROKET

Pada penjejakan konvensional, kontroler menggunakan sebuah lup dalam dengan umpan balik dari q ke aktuator ekor dan sebuah lup luar dengan umpan balik dari kesalahan penjejakan (*tracking error*) ke aktuator sayap.

Sedangkan dalam paper ini, blok diagram sistem kontrol yang digunakan adalah seperti pada Gambar 3-1. Blok diagram ini menunjukkan kontroler *sliding mode* untuk penjejakan *output* y , dengan masukan referensi r . Kontroler bersifat *coupled* karena semua *state* dan juga kesalahan penjejakan diumpan balikkan ke kedua aktuator. Di dalam diagram blok, kesalahan penjejakan, adalah

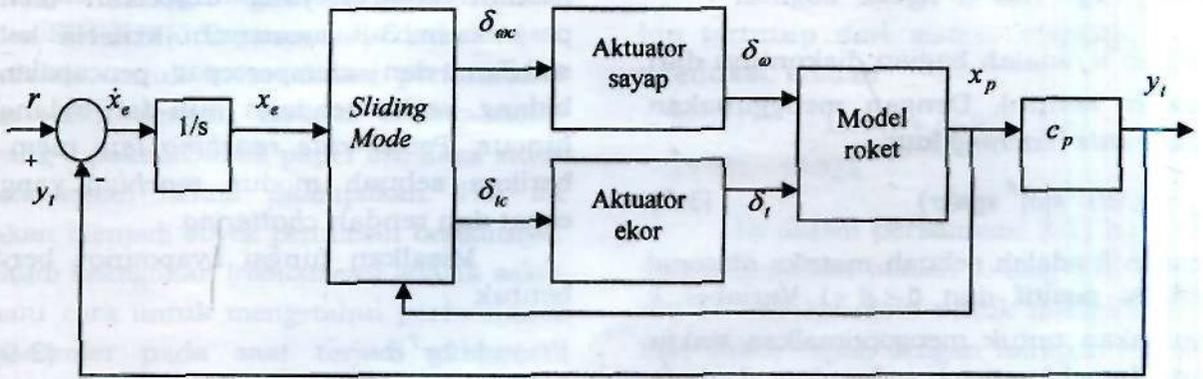
$$\dot{x}_e = r - y_t$$

Dan jika dalam keadaan tunak, $x_e = 0$, maka *output* y , akan mengikuti sinyal referensi r , dan penjejakanpun dikatakan berhasil.

Dalam metoda ini, keadaan (*state*) dari *plant* dinaikkan terlebih dahulu dengan menambahkan x_e , integral kesalahan penjejakan, sebagai sebuah *state* yang baru. Dengan demikian, model ruang keadaan yang telah ditambah, dalam bentuk regularnya, adalah

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} b_r \\ 0 \end{bmatrix} r \quad (3-1)$$

dengan



Gambar 3-1: Blok diagram autopilot dengan metoda sliding mode

$$x_1 = \begin{bmatrix} x_e \\ \alpha \\ q \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} \delta_w \\ \delta_t \end{bmatrix}, \quad b_r = \begin{bmatrix} I_{n_r} \\ 0 \end{bmatrix}$$

dengan n_r adalah jumlah keluaran yang akan dijejak. Untuk diketahui, B_2 adalah matriks nonsingular, karena matriks input B_p rank-nya penuh. Dan untuk penyederhanaan, persamaan (3-1) dapat ditulis sebagai berikut

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_r r \quad (3-2)$$

dengan $x \in R^n$, $u \in R^m$, $r \in R^{n_r}$

3.1 Desain Bidang Luncur (SS)

Didalam paper ini, bidang luncur SS, yang akan digunakan adalah sebuah fungsi linear σ , berbentuk

$$\sigma = Sx(t) = 0$$

dengan S adalah sebuah matriks berdimensi $m \times n$. Eksistensi sliding mode berimplikasi pada

$$\sigma = 0 \text{ dan } \dot{\sigma} = 0 \text{ (Slotine et. al., 1991).}$$

Dengan $\sigma = 0$, maka akan didapat,

$$\sigma = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x_2 = -S_2^{-1} S_1 x_1 \quad (3-3)$$

Sedangkan $\dot{\sigma} = 0$, menyebabkan $\dot{\sigma} = S\dot{x} = 0$ Persamaan ini akan memberikan sebuah kontrol ekuivalen

$$u_{eq} = -(SB)^{-1} [SAx + SB_r r] \quad (3-4)$$

dimana u_{eq} adalah input kontrol yang dibutuhkan untuk menarik trayektori ke

bidang luncur, SS. Disini, $S, \ll J?''*''^0$ dan $S_2 \in R^{m \times m}$ adalah matriks nonsingular. Dengan kontrol ekuivalen u^{\wedge} dan x_2 di atas, dinamik dari sistem orde tereduksi (*reduced order system*) yang bergerak di bidang SS secara simbolik dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = [A_{11} + A_{12}F]x_1 + B_r r \quad (3-5)$$

dengan

$$F = -S_2^{-1} S_1 \quad (3-6)$$

Dinamik orde tereduksi (*reduced-order dynamics, ROD*) mempunyai struktur umpan balik dengan x_2 sebagai input kontrol fiktif dan A_n sebagai matriks input. Dikarenakan plant (A, B) controllable, maka pasangan (A, B) juga controllable. Dengan begitu, eigen nilai dari sistem orde tereduksi ($A_u + A_{12}F$) dapat ditempatkan sesuai dengan yang dikehendaki, sehingga mempunyai karakteristik yang diinginkan. Metoda *Linear Quadratic Regulator* (LQR) digunakan untuk menemukan F . Apabila F telah ditemukan, maka matriks S yang mendefinisikan bidang luncur σ akan didapatkan melalui persamaan 3-6. Diasumsikan matriks S_2 sebagai matriks identitas. Dengan asumsi ini, maka

$$S_1 = -F, \text{ dan } S = \begin{bmatrix} -F & I_{m \times m} \end{bmatrix}$$

Bentuk umum dari kontroler sliding mode, adalah

$$u = u_{eq} + u_d$$

dengan u_d adalah bagian diskontinu dari hukum kontrol. Dengan menggunakan *power rate reaching law*,

$$u_d = -(SB)^{-1} k |\sigma|^\beta \text{sgn}(\sigma) \quad (3-7)$$

dengan k adalah sebuah matriks diagonal definisi positif dan $0 < \beta < 1$ Variabel k digunakan untuk mengoptimalkan waktu capai (*reaching time*), sedangkan β untuk mengurangi *chattering*.

Pada persamaan hukum kontrol u_d terdapat fungsi signum, yang didefinisikan, sebagai berikut

$$\text{sgn}(\sigma) = \begin{cases} 1, & \text{jika } \sigma > 0 \\ 0, & \text{jika } \sigma = 0 \\ -1, & \text{jika } \sigma < 0 \end{cases}$$

Fungsi signum ini dapat menyebabkan diskontinuitas pada kontroler dan akhirnya dapat menimbulkan efek *chattering*. *Chattering* adalah sebuah fenomena, dimana terjadi perubahan kontrol dengan frekuensi tinggi ketika trayektori ada di sekitar permukaan bidang luncur dan ketika harga signum sering berubah-ubah. Tetapi dengan bentuk u_d seperti di atas (adanya penambahan faktor $|\sigma|^\beta$), fenomena *chattering* ini dapat dikurangi. Banyak cara yang dapat dilakukan untuk mengurangi *chattering* ini. Misalnya dengan memperhalus fungsi signum menjadi fungsi saturasi. Atau bisa juga mengganti fungsi signum dengan fungsi arcus tangen, seperti yang baru-baru ini dikembangkan (Gao, W. dan Hung, J.C, 1993).

Dan akhirnya, hukum kontrol yang digunakan untuk penjejakan roket, adalah sebagai berikut

$$u = -(SB)^{-1} [SAx + SB_r + k |\sigma|^\beta \text{sgn}(\sigma)] \quad (3-8)$$

3.2 Penurunan Reaching Condition

Dengan *power rate reaching law*, sebuah kontroler yang didesain didasarkan pada kriteria stabilitas Lyapunov, sehingga sistem secara pasti akan mencapai bidang. Dapat dibuktikan, bahwa

hukum kontrol yang diberikan oleh persamaan 3-8 memenuhi kriteria kestabilan, dan mempercepat pencapaian bidang, ketika keadaan jauh dari bidang luncur. *Power rate reaching law* memberikan sebuah modus *reaching* yang cepat dan rendah *chattering*.

Misalkan fungsi Lyapunov berbentuk

$$V(x) = 1/2 \sigma^T \sigma \quad (3-9)$$

Menurut teori (Slotine, J.J.E. dan Weiping Li, 1991)), eksistensi dan kondisi *reaching* akan tercapai jika,

$$\dot{V}(x) < 0 \quad (3-10)$$

Dari persamaan (3-2) dan (3-8) dapat diturunkan $\dot{V}(x)$, sebagai berikut

$$\dot{V}(x) = \sigma^T [-k |\sigma|^\beta \text{sgn}(\sigma)] < 0, \quad \forall \sigma \neq 0$$

Hal ini berarti, bahwa kondisi *reaching* terpenuhi, dan trayektori akan mencapai bidang luncur dalam waktu yang hingga.

4 SIMULASI DAN ANALISA

Simulasi dilakukan untuk melihat performansi kontroler *sliding mode* pada saat diaplikasikan pada *autopilot* roket. Misi roket ini adalah untuk menjejak target, yang oleh sistem pandu diterjemahkan pada output-nya sebagai percepatan lateral yang harus diikuti.

Simulasi dilakukan dengan komando Latax yang harus diikuti sebesar 20g, dan simulasi ini mengambil beberapa spesifikasi kontroler dan konstrain sebagai berikut

- Spesifikasi respon sistem, adalah
 - *Settling time* ≤ 0.2 detik
 - *Overshoot* $\leq 5\%$, yang berarti *damping ratio* $\xi \approx 0.6$ dan *bandwidth* $\omega_n \approx 30$ rad/s AOA (*Angle of Attack*) $\leq 8^\circ$
- Konstrain aktuator, adalah defleksi maksimum dari sayap dan ekor $S_w, S_e = \pm 20 \text{deg}$

Simulasi dilakukan untuk model roket linear pada beberapa kondisi operasi yang berbeda, berdasarkan bilangan Mach,

dengan menggunakan *software* MATLAB dan SIMULINK. Tujuan utama dari simulasi adalah untuk memvalidasi performansi autopilot dengan metoda *sliding mode* yang dipakai. Dalam paper ini, hasil studi kekokohan belum ditampilkan. Hal ini akan menjadi obyek penulisan berikutnya. Studi kekokohan (*robustness*) adalah salah satu cara untuk mengetahui performansi kontroler pada saat terjadi gangguan baik yang berasal dari dalam sistem itu sendiri, maupun dari lingkungannya. Caranya adalah dengan menggunakan kontroler yang sama (yang digunakan untuk sistem tanpa variasi), diberikan variasi pada satu atau beberapa parameter sistem. Jika hasilnya tetap memuaskan untuk variasi tertentu, maka dapat dikatakan kontroler tersebut cukup kokoh (*robust*).

Pada simulasi ini, matriks *plant* yang bersesuaian dengan kondisi terbang di level laut dan $M=1.5$, $\alpha=2.5^\circ$ dan $t = 5$ detik, adalah

$$A = \begin{bmatrix} -1.3613 & 1 & -0.9383 & -0.2346 \\ -66.665 & -2.2523 & 45.211 & -264.967 \\ 0 & 0 & -64 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$C = [-707.1535 \quad -1.1261 \quad -441.8586 \quad -248.5995]$$

Dalam penghitungan F , matriks Q dan R yang diseleksi untuk mencapai performansi penjejakan yang diinginkan setelah beberapa kali coba-coba, adalah

$$Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.05 \\ 0.3 & 1 & 0 \\ 0.05 & 0 & 0.75 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Matriks S yang mendefinisikan bidang luncur, SS , yang didapatkan, adalah sebagai berikut

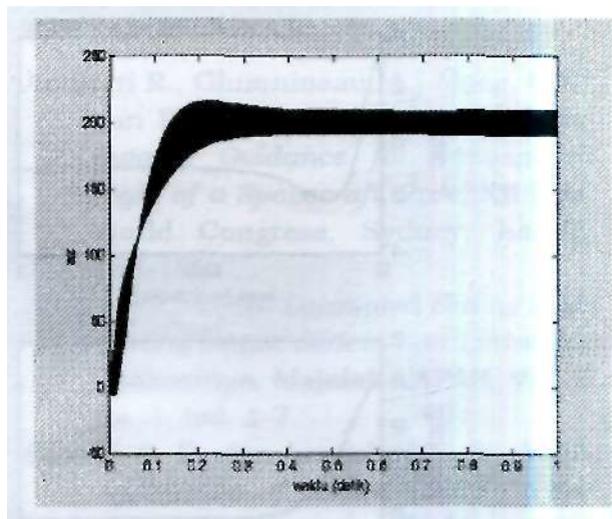
$$S = \begin{bmatrix} 0.0292 & 0.9037 & 0.0375 & 1 & 0 \\ -0.0384 & -3.5487 & -0.3403 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan harga S ini, eigen nilai lup tertutup dari sistem dinamik orde tereduksi, adalah

$$-70.9227, \quad -13.945 + j6.926 \quad \text{dan} \\ -13.945 - j6.926$$

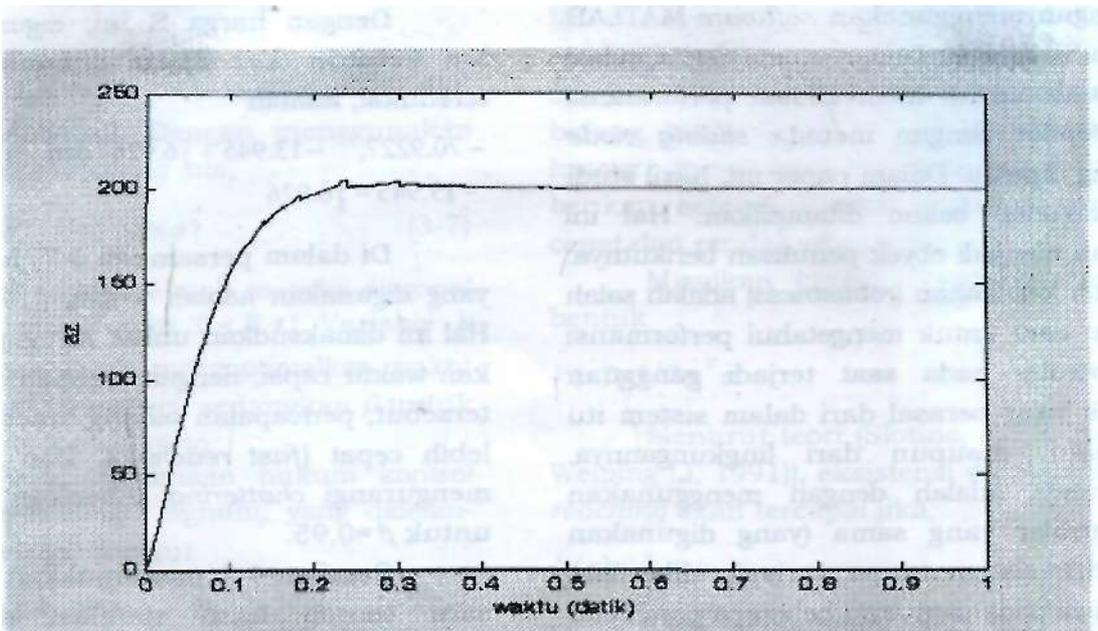
Di dalam persamaan 3-7, harga k yang digunakan adalah $A = \text{diag}([15 \quad 10])$. Hal ini dimaksudkan untuk mengoptimalkan waktu capai, dengan harapan nilai A : tersebut, pencapaian bidang luncur bisa lebih cepat (*fast reaching*). Dan untuk mengurangi *chattering*, diberikan harga untuk $\gamma = 0.95$.

Gambar 4-1 menunjukkan salah satu contoh hasil simulasi dengan kontroler digunakan tanpa *power rate reaching law*. Dapat dilihat bahwa efek *chattering* sangat tinggi.

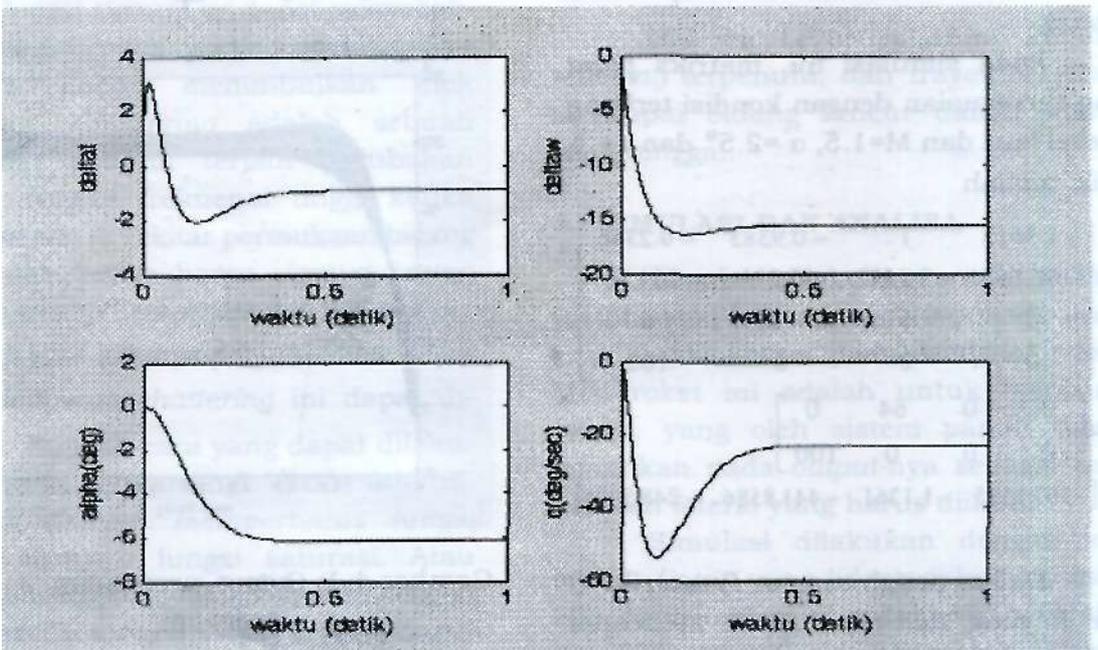


Gambar 4-1: *Output* percepatan a_z tanpa *power rate*

Grafiik hasil simulasi kontroler *sliding mode* untuk roket dengan *power rate reaching law*. Gambar 4-2 merupakan grafik percepatan lateral roket a_z , sedangkan Gambar 4-3 adalah grafik defleksi sayap dan defleksi ekor selama terbang, juga grafik sudut serang dan laju anguk. Gambar 4-4, adalah grafik bidang luncur.



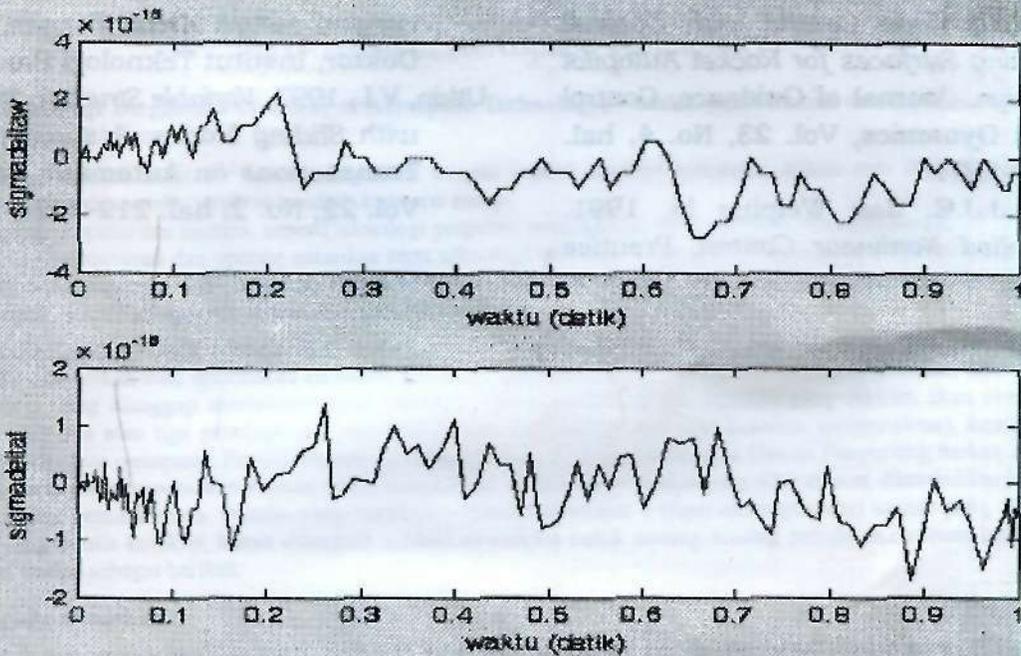
Gambar 4-2: Output percepatan a_z fungsi



Gambar 4-3: Grafik δ_w , δ_r , α , dan q fungsi

Hasil simulasi menunjukkan bahwa spesifikasi yang diinginkan dapat terpenuhi. Dari Gambar 4-2 terlihat bahwa percepatan lateral roket mencapai harga $20g$ (2001 m/s^2), sesuai yang diinginkan, dengan *setting time* yang cepat, sekitar 0.2 detik, dan *overshoot* yang sangat kecil pula. Kesalahan pada keadaan tunakpun terlihat sama dengan nol. Hasil ini sangat positif, mengingat waktu terbang roket yang terbatas, dan gaya dorong (*thrust*) yang terbatas pula.

Sedangkan defleksi sayap dan ekor terlihat ada dalam batas yang dibolehkan, yaitu -1° untuk δ_r (ekor), dan -15° untuk δ_w (sayap) (Gambar 4-3). Demikian juga dengan sudut serang. Hasil simulasi menunjukkan bahwa sudut serang roket α selama terbang tidak lebih dari 6° , hal ini berarti masih dalam batas yang diizinkan, yaitu $\leq 8^\circ$. Gambar 4-4 memperlihatkan grafik bidang luncur selama waktu simulasi. Dari grafik ini dapat dilihat bahwa bidang luncur α sangat kecil,



Gambar 4-4: Grafik bidang luncur α fungsi waktu

hampir mendekati nol (dalam orde 10^{-18}). Hal ini menandakan bahwa *sliding mode* benar-benar terjadi. Dengan demikian, trayektori keadaan dari manapun awalnya, akan ditarik ke bidang luncur. Dan sekali berada di bidang luncur, trayektori tersebut akan terus bergerak di sekitar bidang tersebut. Akhirnya, penjejakanpun berhasil dilakukan.

5 KESIMPULAN

Sebuah *autopilot* untuk roket telah didesain dan disimulasikan, khususnya untuk kontrol angguk (*pitch control*). *Autopilot* ini diturunkan untuk dua *input control*, yaitu defleksi sayap dan defleksi ekor dengan tujuan untuk menjejak sebuah komando percepatan lateral (LATA) sebesar $20g$. Desain *autopilot* didasarkan pada teori *sliding mode*, dengan *power rate reaching law*, yang memberikan waktu capai yang cepat dan *chattering* yang rendah. Kontroler yang dipakai memberikan performansi yang memuaskan pada bilangan Mach yang berbeda (tetapi untuk menyingkat, pada paper ini hanya ditampilkan hasil simulasi dengan $M=1.5$) dan kesalahan penjejakan menuju nol dalam waktu 0.2 detik.

DAFTAR RUJUKAN

- Andiarti R., Glumineau, A., Moog, C.H., dan Plestan, F., 1993. *Online Computable Guidance for Atmospheric flight of a Spacecraft*, Proc. XIIIIFAC World Congress, Sydney, hal.VII: 183-186.
- Andiarti, R., 2000. *Decoupled Sliding Mode Control Untuk Sistem non Linier dan Aplikasinya*, Majalah LAPAN, Vol. 2, No. 1, hal. 1-7.
- Brierly, S. D. dan Longchamp, R., 1990. *Application of Sliding Mode Control to Air-Air Interception Problem*, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 26, No. 2, hal. 306-325.
- Choe, D.G., dan Kim, J. H., 2003. *Pitch, 2003. Autopilot Design Using Model-Following Adaptive Sliding Mode Control*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 25, No. 4, hal. 826-829.
- Gao, W. dan Hung, J.C., 1993. *Variable Structure Control of Non-Linear Systems: A new Approach*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, hal. 45-55.
- Garnell, P., 1980. *Guided Weapon Control Systems*, 2nd ed, Pergamon, New York.

Salamci, M.U. dan Ozgoren, M.K., 2000. *Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for Rocket Autopilot Design*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 23, No. 4, hal. 719-727.

Slotine, J.J.E. dan Weiping Li, 1991. *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall. I

Teddy Setiawan, 2005. *Modus Luncur dengan Fungsi Arcus Tangen*, Tesis Doktor, Institut Teknologi Bandung.

Utkin, V.I., 1997. *Variable Structure Systems with Sliding Modes: A survey*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 22, No. 2, hal. 212-222.